

УДК 624.012

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗЧЕПЛЕННЯ СТРИЖНЕВОЇ АРМАТУРИ ЗІ СТАЛЕФІБРОБЕТОНОМ

MATHEMATICAL MODEL OF ARMATURE ADHESION WITH STEEL FIBER CONCRETE

Білозір В.В., к.т.н., доц., ORCID ID: 0000-0002-8231-1325, Мазурак Р.А., здобувач, ORCID ID: 0000-0001-8369-6258 (Львівський національний університет природокористування, м. Дубляни)

Bilozir V.V., candidate of technical sciences, docent, ORCID ID: 0000-0002-8231-1325, Mazurak R.A., candidate of scientific degree, ORCID ID: 0000-0001-8369-6258 (Lviv National Environmental University, Dublyany)

Подані результати експериментальних досліджень зчеплення стрижневої арматури зі сталевібробетоном. За результатами експериментів розроблена математична модель для визначення граничних напружень зчеплення сталевібробетону і стрижневої арматури.

The results of experimental researches of coupling of rod armature with steel fiber concrete. According to the results of experiments, a mathematical model was developed to determine the ultimate stresses of adhesion of reinforced concrete and rod.

This paper considers the adhesion of rod reinforcement class A500C with fiber concrete. Taking into account that the ultimate stresses of adhesion are affected by the strength of concrete, type and diameter of reinforcement, length of laying rods in concrete, thickness of protective layer of concrete, type and duration of load, composition of concrete mix, conditions of laying and hardening of concrete mix, location of rods and concreting etc; the influence of the volume content of fiber reinforcement on these stresses is studied. Mathematical planning of the experiment was used. Factors influencing the ultimate adhesion stresses include the prismatic strength of concrete, the relative length of laying rods in reinforced concrete, the coefficient of fiber reinforcement by volume and diameter of the rods. A complete four-factor experimental design was used. The lower level of concrete strength, which corresponds to class C20 / 25, and the upper - C30 / 35. Respectively, the relative lengths of laying the rods in reinforced concrete are 8Ø and 12Ø, the coefficient of fiber reinforcement by volume - 0, 007 and 0.018, the diameters of the rods - 8 and 12 mm. As dispersed reinforcement, fiber with curved ends 50 mm long and 1 mm in diameter (type “HE 1050”) manufactured by Silur was used. 0.1

mm. Analysis of the regression equation showed that the relative length of the laying of the rods has little effect on the ultimate stresses of the rods. The greatest influence has the strength of concrete and the content of fiber reinforcement, and significantly less - the diameter of the reinforcement. This can be explained by the fact that the Rema index of rods with a diameter of 8 mm is equal to 0.0565 and with a diameter of 12 mm - 0.0572. The obtained regression equation can be used to determine the base length of anchoring rods in reinforced concrete.

Ключові слова: стрижень, сталь, фібра, бетон, зчеплення, планування, експеримент
rod, steel, fiber, concrete, adhesion,, planning, experiment.

Вступ. Зчеплення арматурних стрижнів з бетоном є важливим чинником, який забезпечує несучу здатність, жорсткість і тріщиностійкість залізобетонних конструкцій. Воно залежить від таких факторів, як міцність бетону, вид і діаметр арматури, довжина закладання стрижнів у бетоні, товщина захисного шару бетону, вид і тривалість дії навантаження, склад бетонної суміші, умови вкладання і тужавіння бетонної суміші, розташування стрижнів за бетонування тощо. Тому надійність анкерування арматури в залізобетоні також залежатиме від низки факторів, які потрібно враховувати за проектування конструкцій.

Відомо, що непряме армування часто поставленими сітками, розміщеними перпендикулярно до стрижнів, суттєво впливає на міцність зчеплення з бетоном. Подібного ефекту можна очікувати за використання фібр в якості прямої арматури. Нами використана фіброва арматура масового виробництва зі загнутими кінцями довжиною 50 мм і діаметром 1мм (тип HE 1050).

Аналіз останніх досліджень. Одним із методів дослідження зчеплення арматурних стрижнів з бетоном є випробування на їх витягування зі зразків призмової форми. Згідно з методикою RILEM-CEB-FIP-RC6 витягують арматурний стержень з бетонного зразка у формі куба. Під час випробувань контролюється зусилля, яке прикладається до стрижня, і переміщення його незавантаженого кінця [1]. Подібні дослідження з витягування стрижнів з фібробетону проводилися за рубежом [2 – 4]. Автори відмічають позитивний ефект стосовно впливу вмісту фібри в одиниці об'єму бетону на напруження в стрижнях при витягуванні їх з бетонної матриці. Однак, вони використовували для армування дослідних призматичних зразків сталеві фібри різного геометричного профілю, який відрізняється від фібри зі загнутими кінцями українського виробництва типу HE 1050.

Постановка мети і задач досліджень. З огляду на подане вище, метою досліджень є вивчення впливу міцності бетону, відносної довжини закладання стрижнів у бетон, вмісту фібри в одиниці об'єму бетону і діаметра стрижнів на дотичні напруження, що виникають в зоні контакту між стрижнями і бетоном.

Задачами досліджень є виготовлення дослідних зразків, випробування на витягування з них стрижнів арматури класу А500С за різних довжин закладання, міцностей бетону і діаметрів стрижнів, опрацювання результатів досліджень методом планування експерименту, отримання відповідного рівняння регресії.

Методика досліджень. Програма наших досліджень передбачає вивчення впливу міцності бетону класів бетону С20/25 і С30/35, відношень довжини анкерування стрижнів до їх діаметрів 8 і 12, коефіцієнтів фібрового армування за об'ємом 0,007 і 0,018 та діаметрів стрижнів 8 і 12 мм на розвиток зсувів і значення граничних дотичних напружень в зоні контакту стрижнів з бетоном. За критерій, що визначає граничні дотичні напруження f_b , прийнято те, що вони розраховуються за зсуву незавантаженого кінця стрижня 0,1 мм. Експериментальні дослідження полягають у витягуванні арматурних стрижнів класу А500С, зароблених по центрах основ призматичних зразків розмірами 150 x 150 x 200 мм, ступенями, що не перевищують 10% від максимального навантаження (рис. 1). Для визначення f_b використано повний чотирифакторний експеримент.

Відношення довжини анкерування стрижня до l_b/\varnothing призначені такими, щоб стрижні при витягуванні не розірвалися. Класи бетону призначені такими, які найчастіше використовують в конструкціях без попереднього напруження бетону. Коефіцієнти армування фіброю призначені такими, які рекомендуються для використання в несучих комбіновано армованих конструкціях. Діаметри стрижнів призначені такими, що можуть використовуватися в комбіновано армованих сталевібробетонних конструкціях з низьким відсотком стрижневого армування. Це дозволить проектувати згинані елементи, в яких замість поперечної арматури використовуватиметься фібра. Крім цього, ширина розкриття тріщин тим менша, чим менший діаметр стрижневої арматури. Вимоги щодо гранично допустимої ширини розкриття тріщин сталевібробетонних конструкцій є досить жорсткими, тому використання прийнятих діаметрів стрижнів є доцільним.

Дослідні зразки-близнюки виготовляли одночасно з трьома бетонними кубами з ребром 150 мм і шістьма призмами 150 x 150 x 600 мм (три з них випробовували на стиск, а три – на згин). Експериментально отримано такі середні значення механічних характеристик: для бетону класу С20/25 середня кубова міцність $f_{cm,cube} = 32,71 \text{ МПа}$, середня призматична міцність $f_{cm,prism} = 26,07 \text{ МПа}$, середня міцність на розтяг $f_{ctm} = 2,34 \text{ МПа}$, середній модуль пружності $E_{cm} = 31213 \text{ МПа}$; для бетону класу С30/35 ці значення дорівнювали $f_{cm,cube} = 44,33 \text{ МПа}$, $f_{cm,prism} = 34,75 \text{ МПа}$, $f_{ctm} = 2,83 \text{ МПа}$ і $E_{cm} = 34473 \text{ МПа}$ відповідно.

Випробовували також на розтяг три арматурні стрижні Ø8А500С, умовна межа текучості яких в середньому дорівнює 571 МПа, а тимчасовий опір – 673

МПа, і три стрижні Ø12A500С, для яких вказані характеристики дорівнювали 584 МПа і 689 МПа відповідно.

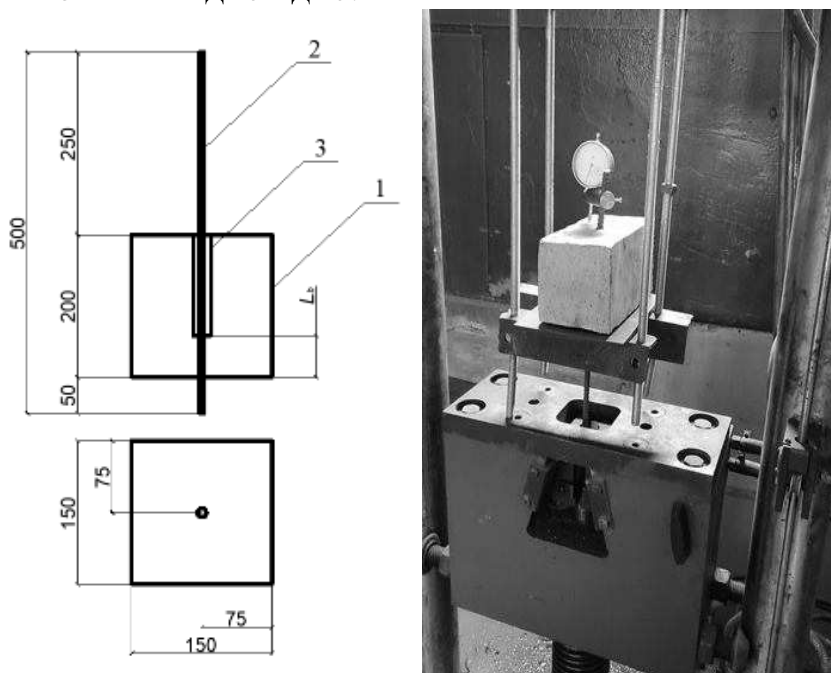


Рис.1. Конструкція дослідного зразка а) і випробування стрижнів на витягування б)
1 – призма; 2 – арматурний стрижень; 3 – полімерний ущільнювач.

Результати досліджень. Відомим є використання трифакторних планованих експериментів Бокса - Бенкена для отримання рівнянь регресії функції f_b , аргументами якої є параметри, що впливають на ці напруження [6, 7]. Автори використаний план Бокса – Бенкіна, оскільки для бетону є характерними нелінійні діаграми механічного стану, а тому рівняння регресії має бути квадратичним. У даній праці нами використаний повний чотирифакторний експеримент (табл. 1), оскільки прийнята гіпотеза про приблизно лінійний вплив факторів на напруження f_b .

Таблиця 1

Умови планування експерименту

Фактор		Рівень варіювання			Інтервал варіювання
натуральний	кодований	-1	0	+1	
$f_{cm,prism}$, МПа	X_1	26,07	30,41	34,75	4,34
l_b/\varnothing	X_2	8	10	12	2
ρ_{fv}	X_3	0,007	0,0125	0,018	0,0055
\varnothing , мм	X_4	8	10	12	2

Результати експериментів і обчислені за відомою методикою [8] значення коефіцієнтів рівняння регресії подані в табл. 2 і табл 3.

Дисперсія відтворюваності вихідного параметра $S_{\{y\}}^2 = 0,00850$, середньоквадратичне відхилення $S_{\{y\}} = 0,092$, середньоквадратична помилка $S_{\{b_0\}} = S_{\{b_i\}} = S_{\{b_{ij}\}} = 0,0231$.

Табличне значення t-критерію Стьюдента при рівні значимості $\alpha = 0,05$ ($P = 95\%$) дорівнює 2,04, що відповідає числу ступенів свободи $f_y = N(r - 1) = 16(3 - 1) = 32$.

З таблиці 3 вибрані значення коефіцієнтів і знайдені розрахункові значення t_p .

Виявилось, що коефіцієнти $b_2, b_{12}, b_{14}, b_{23}, b_{24}, b_{34}$ є незначимими, і рівняння регресії у кодованому виді має вид:

$$\hat{y} = 10,2 + 1,45x_1 + 0,97x_3 + 0,16x_4 + 0,14x_1x_3. \quad (1)$$

Дисперсія відтворюваності вихідного параметра $S_{\{y\}}^2 = 0,00850$, середньоквадратичне відхилення $S_{\{y\}} = 0,0922$, середньоквадратична помилка $S_{\{b_0\}} = S_{\{b_i\}} = S_{\{b_{ij}\}} = 0,0231$. Табличне значення t-критерію Стьюдента при рівні значимості $\alpha = 0,05$ ($P = 95\%$) дорівнює 2,04, що відповідає числу ступенів свободи $f_y = N(r - 1) = 16(3 - 1) = 32$. Далі визначали розрахункові значення t-критерію і порівнювали їх з табличним і встановити, що коефіцієнти $b_2, b_{12}, b_{14}, b_{23}, b_{24}, b_{34}$ є незначимими.

Таким чином, граничні напруження зчеплення можна визначити з рівняння:

$$f_b = 10,2 + 1,45 \frac{f_{cm,prism}^{-30,41}}{4,34} + 0,97 \frac{\rho_{fv}^{-0,0125}}{0,0055} + 0,16 \frac{\phi-10}{2} + 0,14 \left(\frac{f_{cm,prism}^{-30,41}}{4,34} \right) \left(\frac{\rho_{fv}^{-0,0125}}{0,0055} \right). \quad (2)$$

Таблиця 2

Матриця планування і експериментальні значення дотичних напружень при зсуві незавантаженого кінця стрижня 0,1 мм

Точка плану	Фактори				Дотичні напруження в арматурі при зсуві 0,1 мм f_b , МПа			Середнє значення дотичних напружень при зсуві 0,1 мм $f_{b,m}$, МПа
	x_1	x_2	x_3	x_4	y_1	y_2	y_3	
1	+1	+1	+1	+1	13,06	12,88	12,95	12,96
2	+1	+1	+1	-1	12,53	12,56	12,64	12,58
3	+1	+1	-1	+1	10,76	10,76	10,65	10,72
4	+1	+1	-1	-1	10,35	10,5	10,36	10,40
5	+1	-1	+1	+1	12,92	12,85	13,06	12,95
6	+1	-1	+1	-1	12,59	12,62	12,45	12,55
7	+1	-1	-1	+1	10,75	10,51	10,84	10,70
8	+1	-1	-1	-1	10,47	10,35	10,32	10,38
9	-1	+1	+1	+1	9,77	9,63	9,786	9,73
10	-1	+1	+1	-1	9,46	9,4	9,45	9,44
11	-1	+1	-1	+1	8,05	7,96	8,12	8,04
12	-1	+1	-1	-1	7,81	7,86	7,74	7,80

								продовження
13	-1	-1	+1	+1	9,85	9,66	9,63	9,71
14	-1	-1	+1	-1	9,36	9,51	9,38	9,42
15	-1	-1	-1	+1	8,02	7,94	8,19	8,05
16	-1	-1	-1	-1	7,76	7,75	7,84	7,78
Сума								163,21
								$b_0 = 10,20$

Далі виконували перевірку влекватності отриманого рівняння регресії. Табличне значення критерію Фішера F_T при $f_1 = 16(3 - 1) = 32$ і $f_2 = 16 - 5 = 11$ за інтерполяцією дорівнює 2,22, а розраункове $F_T = 0,39$, тому рівняння регресії є адекватним.

Аналогічним методом отримане рівняння регресії для розрахунку напружень у стрижнях за зсуву незавантаженого кінця 0,1 мм:

$$\sigma_{S,0,1 \text{ мм}} = 408,43 + 58,29 \frac{f_{cm,prism}^{-30,41}}{4,34} + 81,69 \frac{l_b/\phi - 10}{2} + 38,64 \frac{\rho_{fv}^{-0,0125}}{0,0055} + 6,22 \frac{\phi - 10}{2} + 11,66 \left(\frac{f_{cm,prism}^{-30,41}}{4,34} \right) \left(\frac{l_b/\phi - 10}{2} \right) + 5,52 \left(\frac{f_{cm,prism}^{-30,41}}{4,34} \right) \left(\frac{\rho_{fv}^{-0,0125}}{0,0055} \right) + 7,73 \left(\frac{l_b/\phi - 10}{2} \right) \left(\frac{\rho_{fv}^{-0,0125}}{0,0055} \right). \quad (3)$$

Таблиця 3

Коефіцієнти рівняння регресії

Розраункові параметри для визначення коефіцієнтів									
при лінійних членах					при взаємодіях				
$\bar{y}\bar{\delta}_1$	$\bar{y}\bar{\delta}_2$	$\bar{y}\bar{\delta}_3$	$\bar{y}\bar{\delta}_4$	$\bar{y}\bar{\delta}_1\bar{\delta}_2$	$\bar{y}\bar{\delta}_1\bar{\delta}_3$	$\bar{y}\bar{\delta}_1\bar{\delta}_4$	$\bar{y}\bar{\delta}_2\bar{\delta}_3$	$\bar{y}\bar{\delta}_2\bar{\delta}_4$	$\bar{y}\bar{\delta}_3\bar{\delta}_4$
+12,96	+12,96	+12,96	+12,96	+12,96	+12,96	+12,96	+12,96	+12,96	+12,96
+12,58	+12,58	+12,58	-12,58	+12,58	+12,58	-12,58	+12,58	-12,58	-12,58
+10,72	+10,72	-10,72	+10,72	+10,72	-10,72	+10,72	-10,72	+10,72	-10,72
+10,40	+10,40	-10,40	-10,40	+10,40	-10,40	-10,40	-10,40	-10,40	+10,40
+12,95	-12,95	+12,95	+12,95	-12,95	+12,95	+12,95	-12,95	-12,95	+12,95
+12,55	-12,55	+12,55	-12,55	-12,55	+12,55	-12,55	-12,55	+12,55	-12,55
+10,70	-10,70	-10,70	+10,70	-10,70	-10,70	+10,70	+10,70	-10,70	-10,70
+10,38	-10,38	-10,38	-10,38	-10,38	-10,38	-10,38	+10,38	+10,38	+10,38
-9,73	+9,73	+9,73	+9,73	-9,73	-9,73	-9,73	+9,73	+9,73	+9,73
-9,44	+9,44	+9,44	-9,44	-9,44	-9,44	+9,44	+9,44	-9,44	-9,44
-8,04	+8,04	-8,04	+8,04	-8,04	+8,04	-8,04	-8,04	+8,04	-8,04
-7,80	+7,80	-7,80	-7,80	-7,80	+7,80	+7,80	-7,80	-7,80	+7,80
-9,71	-9,71	+9,71	+9,71	+9,71	-9,71	-9,71	-9,71	-9,71	+9,71
-9,42	-9,42	+9,42	-9,42	+9,42	-9,42	+9,42	-9,42	+9,42	-9,42
-8,05	-8,05	-8,05	+8,05	+8,05	+8,05	-8,05	+8,05	-8,05	-8,05
-7,78	-7,78	-7,78	-7,78	+7,78	+7,78	+7,78	+7,78	+7,78	+7,78
$\Sigma =$	$\Sigma =$	$\Sigma =$	$\Sigma =$	$\Sigma =$	$\Sigma =$	$\Sigma =$	$\Sigma =$	$\Sigma =$	$\Sigma =$
+23,27	+0,13	+15,47	+2,51	+0,03	+2,21	+0,33	+0,03	-0,05	+0,21
$b_1 =$	$b_2 =$	$b_3 =$	$b_4 =$	$b_{12} =$	$b_{13} =$	$b_{14} =$	$b_{23} =$	$b_{24} =$	$b_{34} =$
+1,45	+0,008	+0,97	+0,16	+0,002	+0,14	+0,02	+0,002	-0,003	+0,01

Порівнюючи рівняння (2) і (3), видно, що відносна довжина закладання стрижнів у бетон l_b/ϕ впливає на напруження у них за зміщення незавантаженого кінця 0,1 мм і не впливає на граничні напруження зчеплення f_b .

Слід відмітити, що напруження у стрижнях при витягуванні з бетону класу С30/35 за відносною довжини закладання $l_b/\phi = 12$ перевищували розрахунковий опір стрижнів при обох відсотках армування фіброю.

Висновки. Таким чином, граничні дотичні напруження f_b при витягуванні зі сталевібробетону залежать від класу бетону, витрат фібри і діаметра стрижнів, а напруження у стрижнях при їх витягуванні і зміщенні незавантаженого кінця на 0,1 мм – від тих же параметрів і від відносною довжини анкерування. Отримані рівняння регресії можна буде використати для підбору витрат фібри, класу бетону і діаметра стрижнів для визначення базової і необхідної довжини анкерування стрижнів.

1. TC R. RC 6 Bond test for reinforcement steel. 2. Pull-out test, 1983 // RILEM Recommendations for the Testing and Use of Constructions Materials. New York, USA: E & FN SPON, 1994. P. 218 – 220.

2. E. Garcia-Taengua, J. R. Marti-Vargas, P. Serna. Bond of reinforcing bars to steel fiber reinforced concrete. *Construction and Building Materials*, 2016. Vol. 105. P. 275–284.

3. Bandelt M. J., Billington S. L. Bond behavior of steel reinforcement in high-performance fiber-reinforced cementitious composite flexural members. *Materials and Structures*, 2016. Vol. 49. P. 71 – 86.

4. Zhang X., Zhang W., Cao C., Xu F., Yang C. Positive effects of aligned steel fiber on bond behavior between steel rebar and concrete. *Cement and Concrete Composites*, 2020. Vol. 114. 103828. 11 p.

5. Білозір В. В., Мазурак Р. А. Аналіз чинників, що впливають на зчеплення арматури серпоподібного профілю з бетоном і фібробетоном. *Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві*, 2020. Вип. 14. С. 47 – 54.

Bilozir V. V., Mazurak R. A. Analiz chynnykiv, shcho vplyvayut' na zcheplennya armatury serpopodibnoho profilyu z betonom i fibrobetonom. *Suchasni tekhnolohiyi ta metody rozrakhunkiv u budivnytstvi*, 2020. Vyr. 14. S. 47 – 54.

6. Бабич Є. М., Бабич В. Є., Поляновська О. Є. Зчеплення з бетоном арматури серпоподібного профілю та її анкерування в згинальних залізобетонних елементах: монографія. Рівне: Волинські обереги, 2017. 160 с.

Babych YE. M., Babych V. YE., Polyanovs'ka O. YE. Zcheplennya z betonom armatury serpopodibnoho profilyu ta yiyi ankeruvannya v z'hynal'nykh zalizobetonnykh elementakh: monohrafiya. Rivne: Volyns'ki oberehy, 2017. 160 s.

7. Бабич Є. М., Кочкар'ов Д. В., Філіпчук С. В. Математична модель зчеплення арматури з високоміцним бетоном. *Будівельні конструкції. Теорія і практика: зб. наук. праць*. Київ: КНУБА, 2018. Вип. 2. С. 154 – 161.

Babych YE. M., Kochkar'ov D. V., Filipchuk S. V. Matematychna model' zcheplennya armatury z vysokomitsnym betonom. *Budivel'ni konstruktsiyi. Teoriya i praktyka: zb. nauk. prats'*. Kyuyiv: KNUBA, 2018. Vyr. 2. S. 154 – 161.

8. Дворкін Л. Й., Дворкін О. Л., Житковський В. В. Розв'язування будівельно-технологічних задач методами математичного планування експерименту: Навч. посібник. Рівне: НУВГП, 2011. 174 с.

Dvorkin L. Y., Dvorkin O. L., Zhytkovs'kyu V. V. Rozv'yazuvannya budivel'no-tekhnolohichnykh zadach metodamy matematychnoho planuvannya eksperymentu: Navch. posibnyk. Rivne: NUVHP, 2011. 174 s.