

**ВИЗНАЧЕННЯ ДОТИЧНИХ НАПРУЖЕНЬ В ДЕРЕВ'ЯНИХ БАЛКАХ З
ВРАХУВАННЯМ НЕЛІНІЙНОСТІ ДЕФОРМУВАННЯ МАТЕРІАЛУ**

**DETERMINATION OF TANGENTIAL STRESSES IN WOODEN BEAMS
TAKING INTO ACCOUNT NONLINEAR DEFORMATION OF WOOD**

Гомон П.С., к.т.н., доц., (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне), ORCID 0000-0002-5312-0351, **Олексін І.О., студент** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

Gomon P.S, candidate of technical sciences, associate professor (National University of Water Management and Environmental Engineering, Rivne), **Oleksin I.O., Student** (National University of Water Management and Environmental Engineering, Rivne)

Запропоновано нову методику визначення дотичних напружень в згинальному дерев'яному елементі з врахуванням нелінійності деформування матеріалу. Побудовано діаграми дотичних напружень в дерев'яному згинальному елементі по всій довжині балки. Було проаналізовано зміну дотичних напружень в балці та визначено знаходження максимальних дотичних напружень та їх положення. Зроблено висновки.

Wood structures have a number of advantages. It is less weight, resistance to chemically aggressive environment, high fire resistance when properly processed (even compared to reinforced concrete), as well as aesthetic appeal, which is also very importantly. Various methods of reinforcing wooden structures have been proposed and investigated to improve the performance of wood elements, increase load-bearing strength and decrease flexibility. This made it possible to reduce the overall dimensions of the cross section of the reinforced element of wood and increase the spans. A new design of combined reinforcement of glued wood beams was proposed, in which steel rod reinforcement of periodic profile was arranged in the grooves of the compressed zone, and the stretched zone was reinforced with external composite tape. These reinforcements of the compressed and stretched zone had a positive effect on the overall strength and reduced deflections of such beams, but the destruction of some beams was due to chipping of wood along the fibers. Nowadays, the definition of tangential stresses is reduced to the definition of tangential stresses using the "Zhuravsky" formula, which can be used to determine stresses in elastic elements. However, wood is not an elastic element. Therefore, the task was to determine the tangential stresses in the cross section taking into account

the nonlinear deformation of wood. We have built three plots of tangential stresses for wooden beams, which are supported on two supports. The first diagram is for a beam on which a uniformly distributed load acts, the second beam with a concentrated force acting in the center of the beam and also with two concentrated forces and a section of pure bending. As can be seen from the figures, the plot of tangential stresses is not rectilinear, there are maxima of tangential stresses in the areas, and therefore there are dangerous sections where destruction can begin. It should also be noted that the maximum tangential stresses are not in the center of the section, they are just below the center. This fact is confirmed by the destruction of beams by cutting between the compressed and stretched area, namely the cut below the cross-sectional center of the wooden beam. The article describes a method for determining tangential stresses along the entire length and height of a wooden beam, taking into account the nonlinear operation of wood. The diagram of the maximum tangential stresses, which we obtain when calculating wood using classical methods, namely the theories of elasticity does not correspond to the actual diagram. Tangential stresses should be determined taking into account the elastic-plasticity of wood.

Ключові слова:

Деревина, армування, напруження, згин
Wood, reinforcement, stress, bending

Вступ. Конструкції з деревини мають ряд переваг у порівнянні з аналогічними із металу чи залізобетону, а саме: в декілька разів менша маса, вищий опір дії хімічно агресивним середовищам, висока вогнестійкість за правильного використання антипіренів (навіть у порівнянні із залізобетоном), естетична привабливість та екологічна чистота. Для удосконалення роботи елементів з деревини, підвищення несучої здатності та жорсткості було запропоновано та досліджено різноманітні способи армування дерев'яних конструкцій [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]. Це дало можливість зменшити габаритні розміри поперечного перерізу армованого елемента з деревини та збільшити прольоти. В роботах [7, 8, 9] запропоновано нову конструкцію комбінованого армування балок з клеєної деревини, при якому у пазах стиснутої зони влаштовувалась сталева стержнева арматура періодичного профілю, а розтягнута зона армувалась зовнішньою композитною стрічковою. Таке підсилення стиснутої та розтягнутої зон позитивно вплинуло на загальну несучу здатність та зменшило прогини, проте руйнування деяких балок виникало за рахунок сколювання деревини вздовж волокон. В наш час визначення дотичних напружень зводиться до визначення цих напружень за допомогою формули Журавського. Але цю формулу можна використовувати лише для визначення дотичних напружень в пружних елементах, що працюють на поперечний згин. Проте деревина є пружно-пластичним анізотропним матеріалом. Тому, була поставлена задача розробити спосіб визначення дотичних напружень в будь-

якому перерізі балок із деревини з врахуванням нелінійного деформування матеріалу.

Стан питання та задачі дослідження. На даний час знаходження дотичних напружень в дерев'яних балках визначається за допомогою формули (1), яку ще 1855 році запропонував вчений-механік Д.І. Журавський. Ця формула в той час застосовувалась для проектування залізничних мостів, а саме для визначення дотичних напружень в дерев'яних балках з прямокутною формою поперечного перерізу

$$\tau = \frac{QS_z}{I_z b_y} \quad (1)$$

де τ - дотичні напруження, що виникають вздовж волокон; Q - дотичні напруження що виникають в певному перерізі і залежать від зміни згинального моменту; S_z - статичний момент половини перерізу; I_z - момент інерції перерізу; b_y - ширина поперечного перерізу.

Формула (1) враховує роботу при умові, що деревина працює як пружний елемент і не враховує її пружно-пластичні властивості.

Метою даної роботи є розробити спосіб встановлення дотичних напружень в згинальному дерев'яному елементі з врахуванням нелінійності деформування деревини. Встановлення місця виникнення максимальних дотичних напружень та визначення їх розподілу по висоті і по довжині балки, а також визначення їх значень.

Виклад основного матеріалу. Визначення дотичних напружень в згинальному елементі з врахуванням пружно-пластиної роботи матеріалу розпочинаємо з розгляду самого елемента. Для розгляду цього процесу приймаємо консольно-закріплений згинальний елемент до якого на краю прикладена сила F , що показаний на рис. 1.

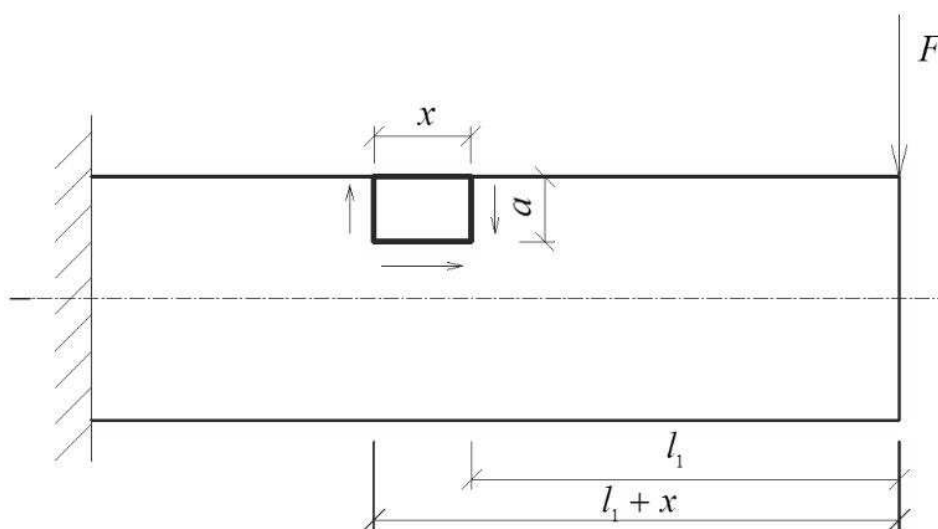


Рис. 1. Схема консольно-закріпленого згинального елемента

Якщо вирізати елементарну частину згинального елемента ми отримаємо елементарну частинку, розміри якої показані на рис. 2. Ця елементарна частинка знаходиться в складному напружено-деформованому стані, бо на частинку діє пара різних за величиною сил від дії згинального моменту, та виникають дотичні напруження, які цю різницю в силах сприймають.

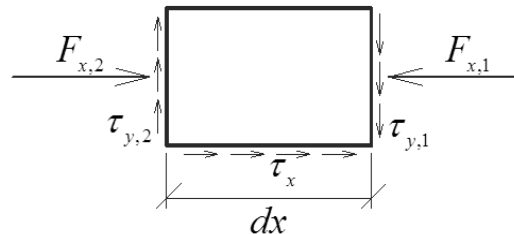


Рис. 2. Розміри елементарної частинки дерев'яної балки зі складним напружено-деформованим станом

Отже, встановлюємо напруження, які діють на елементарну частину балки. Якщо спроектувати на головні осі, то ми отримаємо такі рівняння рівноваги

$$\begin{cases} \tau_{y,1} = \tau_{y,2} \\ \tau_x = bx(F_{x,1} - F_{x,2}) \end{cases} \quad (2)$$

де $\tau_{y,1}, \tau_{y,2}$ - дотичні напруження, які діють по осі у та компенсують один одного; τ_x - дотичні напруження, що діють вздовж волокон і є найбільш небезпечними для деревини; $F_{x,1}, F_{x,2}$ - внутрішні зусилля, що діють в першому та другому перерізі; b - ширина перерізу; x - довжина елементарної частинки.

Враховуючи попередні рівняння рівноваги, можна стверджувати, що визначення дотичних напружень зводиться до визначення сил, що діють на даних ділянках. Розглянемо поперечний переріз згинального елемента виходячи з його напружено-деформованого стану, що представлений на рис. 3.

Запишемо рівняння зусиль $F_{x,1}$ та $F_{x,2}$, які виникають в перерізі 1 та 2 рис. 3.

$$F_{x,1} = b \int_{u_{c,h,1}}^{u_{c,1}} f(\sigma) du ; \quad (3)$$

$$F_{x,2} = b \int_{u_{c,h,2}}^{u_{c,2}} f(\sigma) du , \quad (4)$$

де $F_{x,1}, F_{x,2}$ - внутрішні зусилля що діють в першому та другому перерізах відповідно; $u_{c,1}, u_{c,h,1}$ - відносні деформації деревини в поперечному першому перерізі та відносні деформації деревини $u_{c,2}, u_{c,h,2}$ в другому поперечному

перерізі; $f(\sigma)$ - функція, яка описує напруження в деревині в залежності від відносних деформацій.

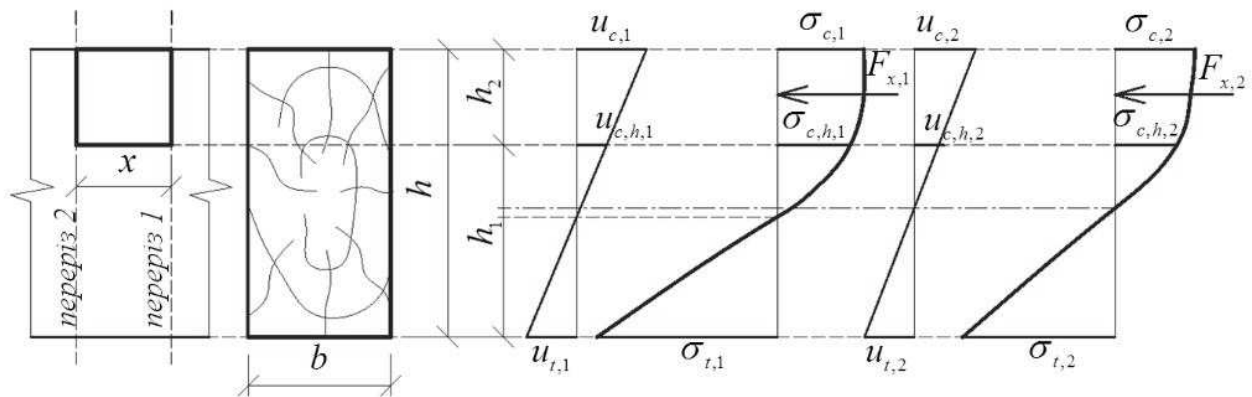


Рис. 3. Напружено-деформований стан в перерізах 1 та 2 від дії моментів M_1 та M_2

Для визначення внутрішніх зусиль $F_{x,1}, F_{x,2}$ скористаємось поліномом четвертого степеня, який запропонований в роботі [10] і описує деформування деревини за роботи при стиску вздовж волокон за режиму жорсткого прикладення навантаження

$$\sigma = \sum_{i=1}^4 w_i \frac{u_c^i}{u_{c,0,d}^{i-1}}, \quad (5)$$

де σ - напруження, що виникають в деревині при стиску від відносної деформації u_c , w_i - коефіцієнти поліноміальної залежності, які отримані шляхом експериментальних досліджень дерев'яних зразків, $u_{c,0,d}$ - граничні відносні деформації.

Проведемо розрахунок дотичних напружень, які виникають в дерев'яному елементі при максимальному моменті. Для цього запишемо рівняння для визначення внутрішніх сил, які діють на елементарний переріз рис. 2 в перерізах 1 та 2 за допомогою проінтегрованих функцій (6) і (7)

$$F_{x,1} = by_{c,1} \left(\sum_{k=1}^4 \frac{w_k}{k+1} \cdot \frac{u_{c,1}^k}{u_{c,0,d}^{k-1}} \right) - by_{c,h,1} \left(\sum_{k=1}^4 \frac{w_k}{k+1} \cdot \frac{u_{c,h,1}^k}{u_{c,0,d}^{k-1}} \right) \quad (6)$$

$$F_{x,1} = by_{c,2} \left(\sum_{k=1}^4 \frac{w_k}{k+1} \cdot \frac{u_{c,2}^k}{u_{c,0,d}^{k-1}} \right) - by_{c,h,2} \left(\sum_{k=1}^4 \frac{w_k}{k+1} \cdot \frac{u_{c,h,2}^k}{u_{c,0,d}^{k-1}} \right) \quad (7)$$

де $y_{c,1}, y_{c,2}$ - відстань від нейтральної лінії до верху поперечного перерізу балки відповідно в перерізі один та два; $y_{c,h,1}, y_{c,h,2}$ - відстань від нейтральної лінії до точки, де визначаються дотичні напруження відповідно в перерізі один та два; $u_{c,1}, u_{c,2}$ - відносні деформації в крайніх верхніх волокнах поперечного перерізу один та два; $u_{c,h,1}, u_{c,h,2}$ - відносні деформації де визначається дотичні деформації в перерізі один та два відповідно. Методика визначення положення даних точок, встановлення значень відносних деформацій деревини під навантаженням та напружено-деформованого стану в перерізі раніше описувалось в статті [11].

Було побудовано три епюри-графіки розподілу по довжині максимальних дотичних напружень для дерев'яних балок, які оперті на дві опори за дії рівномірно розподіленого та зосереджених навантажень. Перший епюра-графік встановлений для максимальних дотичних напружень балки, на яку діє рівномірно розподілене навантаження і представлений рис. 4. Другий епюра-графік максимальних дотичних напружень отриманий для балки із зосередженою силою, що діє посередині балки і показаний на рис. 5. Також встановлено розподіл максимальних дотичних напружень для балки з двома зосередженими силами та ділянкою чистого згину (рис. 6). Як видно з епюра-графіків розподіл по довжині максимальних дотичних напружень не є прямолінійним. На певних ділянках є максимуми, а отже є і небезпечні перерізи, де може певною мірою розпочатися руйнування.

Також слід звернути увагу на те, що максимальні дотичні напруження не знаходяться в центрі перерізу, а вони знаходяться по нейтральній площині, яка зміщується в сторону розтягнутої зони про що засвідчують автори в роботах [12, 13, 14, 15, 16] та показано на рис.7.

Саме цей факт і підтверджує руйнування балок шляхом розриву волокон між стиснутою та розтягнутою зоною, а саме зрізу по нейтральній площині нижче центру перерізу дерев'яної балки.

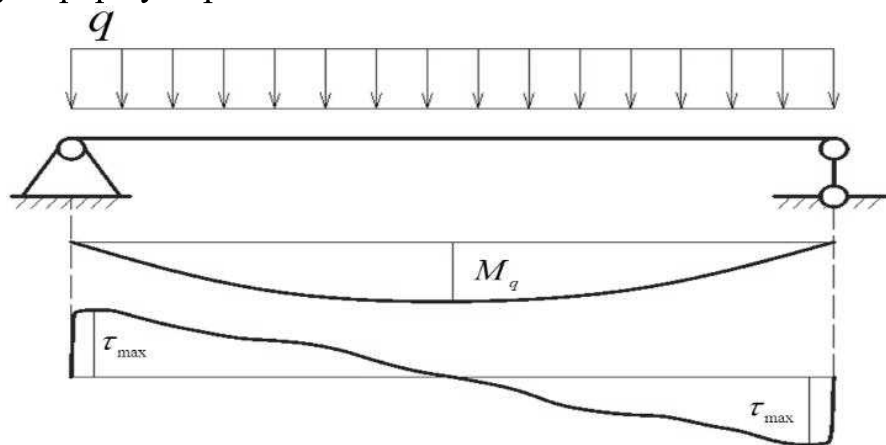


Рис. 4. Розрахункова схема, епюра моментів та графік зміни максимальних дотичних напружень в поперечному перерізі елемента, які виникають від дії рівномірно розподіленого навантаження

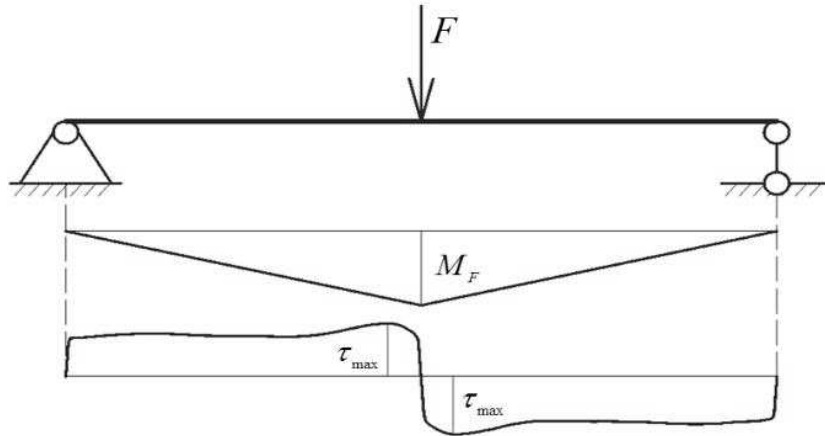


Рис. 5. Розрахункова схема, еюра моментів та еюра зміни максимальних дотичних напружень в поперечному перерізі елемента, які виникають від дії зосередженої сили

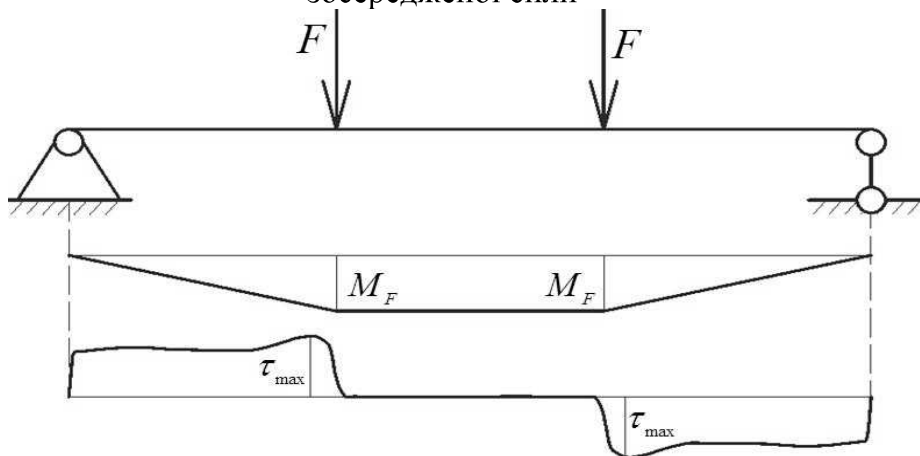


Рис. 6. Розрахункова схема, еюра моментів та еюра зміни максимальних дотичних напружень в поперечному перерізі елемента, які виникають від дії симетрично розміщених зосереджених сил



Рис.7. Руйнування балки з клеєної деревини всередині прольоту від дотичних напружень

Висновки.

1. Розроблено методику визначення максимальних дотичних напружень по всій довжині та висоті дерев'яної балки з врахування нелінійної роботи деревини.

2. Епюра максимальних дотичних напружень, яку ми отримуємо при розрахунку деревини за допомогою класичних методик, а саме теорій пружності, не відповідає дійсній епюрі.

3. Дотичні напруження слід визначати з врахуванням пружно-пластичності деревини.

1. V. De Luca, C. Marano. Prestressed glulam timbers reinforced with steel bars. *Constr. Build. Mater.*, 30 (2012), pp. 206-217.

2. Arie Putra Usman, S. Sugiri. Analysis of the Strength of Timber and Glulam Timber Beams with Steel Reinforcement. *Materials Science*. 2015.

3. J.H. Negrão. Preliminary study on wire prestressing methods for timber pieces reinforcement. *Constr. Build. Mater.*, 102 (2016), pp. 1093-1100.

4. Donadon, B.F.; Mascia, N.T.; Vilela, R.; Trautwein, L.M. Experimental Investigation of Glued-Laminated Timber Beams with Vectran-FRP Reinforcement. *Eng. Struct.* 2020, 202, 109818.

5. J. Jasieńko, T.P. Nowak. Solid timber beams strengthened with steel plates – experimental studies. *Constr. Build. Mater.*, 63 (2014), pp. 81-88.

6. Демчина Б.Г., Олексин Г.М., Сурмай М.І. Попередньо напружені дерев'яні конструкції з неметалевою арматурою. Вісник НУЛП: Теорія і практика будівництва. Львів: НУЛП, 2012. №737, т. I. С. 87-92.

Demchyna B.H., Oleksyn H.M., Surmai M.I. Poperedno napruzheni dereviani konstruktsii z nemetalevoiu armaturoiu // Visnyk NULP: Teoriia i praktyka budivnytstva. - №737, t. I. – Lviv, NULP, 2012. – S. 87-92.

7. Sobczak-Piąstka J., Gomon S.S., Polishchuk M.V., Homon S., Gomon P., Karavan V. Deformability of Glued Laminated Beams with Combined Reinforcement. *Buildings* 10(5), 92, 2020.

8. Патент 135229 Україна: МПК E04C 3/12 (2006.01). Клеєна дерев'яна балка. Гомон С.С., Поліщук М.В.; заявник і патентовласник НУВГП - u201900104; заяв. 03.01.2019; опубл. 25.06.2019, Бюл. №12.

Patent 135229 Ukraine: MPK E04S 3/12 (2006.01). Kleiena dereviana balka. Homon S.S., Polishchuk M.V.; zaiavnyk i patentovlasnyk NUVHP - u201900104; zaiav. 03.01.2019; opubl. 25.06.2019, Biul. №12.

9. Gomon S. S., Polishchuk M., Homon S., Gomon P., Vereshko O., Melnyk Yu., Boyarska I. Rigidity of combined reinforced glued wood beams. *AD ALTA: Journal Of Interdisciplinary Research* (11/01-XV.), 2020.

10. Гомон С.С. Поліпшення міцнісних та деформівних властивостей суцільної деревини та композиційних матеріалів на її основі: дис. докт. техн. наук: 01. 02. 04. Тернопіль, 2021. 387 с.

Homon S.S. Polipshennia mitsnisnykh ta deformivnykh vlastyvostei sutsilnoi derevyny ta kompozytsiinykh materialiv na yii osnovi: dys. dokt. tekhn. nauk: 01. 02. 04. Ternopil, 2021. 387 s.

11. Гомон С.С., Гомон П.С., Гомон С.Ст. Універсальний метод визначення напружень в стиснутій зоні дерев'яних балок прямокутної форми на основі їх деформування. *Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences.* Budapest, 2020. Feb. VIII(27). Issue: 224. P. 10–12.

Homon S.S., Homon P.S., Homon S.St. Universalnyi metod vyznachennia napruzhen v stysnutii zoni derevianykh balok priamokutnoi formy na osnovi yikh deformuvannia. *Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences.* Budapest, 2020. Feb. VIII(27). Issue: 224. P. 10–12.

12. Zhou A., Bian Y., Shen Y., Huang D., Zhou M. Inelastic bending performances of laminated bamboo beams: Experimental investigation and analytical study. *BioResources* 13(1). Pp. 131-146.

13. Livas C., Ekevad M., Öhman M. Experimental analysis of passively and actively reinforced glued-laminated timber with focus on ductility *Wood. Material Science & Engineering*, Volume 17, 2022. Issue 2.

14. He M., Wang Y., Zheng Li, Zhou L., Tong Y., Sun X. An Experimental and Analytical Study on the Bending Performance of CFRP-Reinforced Glulam Beams. *Front. Mater.*, 10 January 2022. <https://doi.org/10.3389/fmats.2021.802249>.

15. Lv Q., Ding Y., Liu Y. (2019). Effect of the Nonprestressed / Prestressed BFRP Bar on Flexural Performance of the Bamboo Beam. *Adv. Polym. Tech.* 2019, P. 1–13. doi:10.1155/2019/7143023.

16. Гомон С. С. Напружено-деформований стан і розрахунок за деформаційною методикою елементів з деревини при одноразових та повторних навантаженнях: монографія. Рівне : Волинські обереги, 2019. 288 с.

Homon S. S. Napruzhenno-deformovanyi stan i rozrakhunok za deformatsiinoiu metodykoiu elementiv z derevyny pry odnorazovykh ta povtornykh navantazhenniakh: monohrafiia. Rivne : Volynski oberehy, 2019. 288 s.