

**ВИЗНАЧЕННЯ ЕКСЦЕНТРИСИТЕТІВ ПЕРЕДАЧІ ПОЗДОВЖНЬОЇ СИЛИ ЧЕРЕЗ ОПОРНІ ВУЗЛИ В ДОЩАТОКЛЕСНИХ АРКАХ ТРИКУТНОГО ОБРИСУ**

**DETERMINATION OF LONGITUDINAL FORCE TRANSFER ECCENTRICITY THROUGH SUPPORT CONNECTIONS IN GLULAM ARCHES OF TRIANGULAR SHAPE**

**Перетятко Ю.Г. к.т.н., проф., Агеєнко С.Б., к.т.н., доц., Рюмін В.В. к.т.н., доц., Ляшенко І.Ю., к.т.н., доц. (Харківський національний університет будівництва та архітектури, м. Харків),**

**Peretiatko Yu.G., candidate of technical sciences, professor, [orcid.org/0000-0002-8005-8776](https://orcid.org/0000-0002-8005-8776), Aheyenko S.B., candidate of technical sciences, associate professor, [orcid.org/0000-0002-6093-0694](https://orcid.org/0000-0002-6093-0694), Riumin V.V. candidate of technical sciences, associate professor, [orcid.org/0000-0001-8884-589x](https://orcid.org/0000-0001-8884-589x), Liashenko I.Yu., candidate of technical sciences, associate professor, [orcid.org/0000-0001-6444-8515](https://orcid.org/0000-0001-6444-8515), (Kharkiv national university of civil engineering and architecture, Kharkiv)**

**Чисельно було доведено, що напруження зминання торців напіварок дощатоклесних трьохшарнірних арок прямолінійного обрису прольотом 24 м в опорних та гребневих їх вузлах, виконаних лобовими упорами, конструктивно зміщеними з центральних осей напіварок не розподіляються рівномірно по висоті лобових упорів, як це прийнято в традиційних розрахунках опорних вузлів арок різного обрису. Фактично ці напруження практично змінюються за лінійним законом. Запропоновано новий підхід до розрахунку цих вузлів в дощатоклесних арках прямолінійного обрису.**

**The nature of the distribution of compressive stresses in the support and ridge joints of the glulam arch of triangular shape with a span of 24 m has been investigated. Arch joints made with help of skew notched connections which were constructively transferred from central axes of half arches in order to obtain additional eccentricities of compressed forces acting normal to the surface of butt support and causing occurrence of unloading moments.**

**It has been proved numerically that the bearing stresses of the ends of half – arches of three-hinged arches of triangular shape are not evenly distributed along the height of the butt supports, as is customary in traditional calculations of support nodes of arches of different shapes. In fact, these stresses change practically according to the linear law. This circumstance allows not to solve numerically the contact problem "the end of the half - the**

support", but knowing the values of normal to the ends of the half longitudinal compressive forces and the length of the compressed sections of the butt supports, analytically determine the value of eccentricities of these forces relative to the central axes.

A new approach to the calculation of support and ridge nodes of glulam arches made with a skew notched connection, which excludes the iterative process, is proposed.

**Ключові слова:**

Трьохшарнірна трикутна дерев'яна арка, напружено-деформований стан, ексцентрична передача поздовжньої сили, опорні вузли дощатоклеєних арок  
Three-hinged triangular wooden arch, stress-strain state, eccentric transmission of longitudinal force, support units board-glued arches

**Вступ.** Серед сучасних будівель та споруд в якості несучих конструкцій широко представленими є трьохшарнірні дощатоклеєні арки трикутного обрису [1, 4, 5, 8, 10, 11]. Це пояснюється, перш за все, простотою їх виготовлення. Суттєвим недоліком таких конструкцій є те, що при вертикальному навантаженні кожна з напіварок працює як розрізна похила балка на поперечний згин з додатковим осьовим стиском і має великі значення прольотних згинаючих моментів в напіварках, що в свою чергу викликає підвищені витрати деревини у порівнянні з арками, які працюють у майже безмоментному стані. Для підвищення ефективності даних конструкцій опорні та гребневі вузли напіварок зміщують від їх центральних осей з метою утворення в цих вузлах розвантажуючих згинаючих моментів. У той же час потребують уточнення значення ексцентриситетів дії поздовжньої стискаючої сили в зазначених вузлах, виконаних лобовим упором.

**Аналіз останніх досліджень.** Питання проектування та розрахунку дощатоклеєних арок представлено чисельними публікаціями [1...11].

Традиційно опорні та гребневі вузли дощатоклеєних арок трикутного обрису, що виконані лобовим упором, вважаються шарнірними та розраховуються на зминання вздовж та під кутом до волокон за умови, що нормальні стискаючі напруження розподіляються рівномірно по площі взаємного контакту торця арки з упором [1, 5, 6, 8, 9 та ін.]. Як показали дослідження, результати яких наведені в [11], лобовий упор початково перешкоджає вільному повороту торця напіварки і тим самим створює додатковий, протидіючий повороту згинаючий момент. Цей опорний момент викликає зминання стиснутої частини перерізу лобового упору та відрив від упору розтягнутої частини перерізу, що не може сприйматися лобовим упором. Таким чином умова рівномірного розподілу нормальних напружень від дії на торець поздовжньої стискаючої сили вочевидь порушується і тому рівнодіюча цих напружень зміщується від центральної осі і створює ексцентриситет, завдяки чому додатково виникає розвантажувальний опорний згинаючий момент.

**Постановка мети і задач досліджень.** На прикладі трьохшарнірної дощатоклеєної арки трикутного обрису зі зміщеними від центральних осей перерізів арки лобових упорів в опорних та гребневому вузлах довести, що нормальні, змінюючі торці напіварок, напруження не носять рівномірний характер, а змінюються по висоті стиснутої ділянки лобового упору практично лінійно. Застосовуючи новий метод розрахунку таких вузлів [11], навести прийоми із спрощеного підходу до визначення утворюваних в опорних та гребневому вузлах арки ексцентриситетів прикладання поздовжніх стискаючих сил.

**Методика досліджень.** У якості предмета дослідження розглянуто дощатоклеєну трьохшарнірну арку трикутного обрису із сосни 2-го сорту прольотом  $L=24\text{м}$  та висотою підйому  $f=4,8\text{м}$ . Рівномірно розподілене вертикальне навантаження складає  $q=16,87\text{кН/м}$ . Лобові упори в опорних та гребневому вузлі арки зміщені відносно центральної осі для створення опорних розвантажувальних моментів. В результаті аналітичного розрахунку арки за традиційним алгоритмом [10] з урахуванням деформованої схеми прийнято її поперечний переріз розміром  $b=19,3\text{х}h=95,7\text{ см}$ . Попередньо розмір лобового упору опорного вузла напіварки прийнятий  $h_{on}=39,6\text{см}$ , виходячи із співвідношення  $h_{on}=(0,3\dots 0,4)h$ . Але для виконання умови міцності за дотичними напруженнями з метою зниження коефіцієнта концентрації напружень  $K_\tau$  довелося збільшити висоту лобового упору до значення  $h_{on}=59,4\text{см}$ . Для забезпечення симетрії обпирання висота лобового упору в гребні була прийнята  $h_{греб}=64\text{см}$ . У зв'язку зі збільшенням значення  $h_{on}=39,6\text{см}$  до  $h_{on}=59,4\text{см}$  відповідно до виразу [10]

$$e = h/2 - h_{on}/2, \quad (1)$$

зменшилося значення ексцентриситету з  $e=28,05\text{см}$  до  $e=18,15\text{см}$ .

В результаті остаточно отримано:

$$M_{\text{розрах}} = M_{\text{max}} - N_{\text{відпов}} \cdot e = 32706 - 293,4 \cdot 18,15 = 27380,79 \text{ кНсм},$$

$$M_{\text{д}} = \frac{M_{\text{розрах}}}{\xi} = \frac{27380,79}{0,85} = 32212,69 \text{ кНсм},$$

$$\sigma = \frac{N_{\text{відп}}}{A} + \frac{M_{\text{д}}}{W} = \frac{293,4}{1847,01} + \frac{32212,69}{29459,8} = 1,25 \text{ кН/см}^2 < R_c = 1,29 \text{ кН/см}^2, \quad (2)$$

де  $M_{\text{max}}$  – максимальний згинаючий момент у середині прольоту напіварки;

$N_{\text{відпов}}$  – значення поздовжньої стискаючої сили у середині прольоту напіварки;

$M_{\text{розрах}}$  – максимальний прольотний момент з урахуванням розвантажувальної дії опорних моментів;

$M_{\text{д}}$  – те ж, з урахуванням деформованої схеми;

$A, W$  – відповідно площа та момент опору перерізу напіварки  $b=19,3\text{х}h=95,7\text{см}$ .

Значення нормальних до опорного та гребневого лобових упорів стискаючих сил відповідно отримали значення:  $N_{on}=-333,8\text{кН}$  та  $N_{греб}=-272,55\text{кН}$ .

За наведеними вище геометричними розмірами арки в розрахунковому

комплексі SCAD побудовано кінцево-елементну модель її напіварки (рис.1), яка змодельована пластинчастими кінцевими елементами (КЕ) (рис. 1).

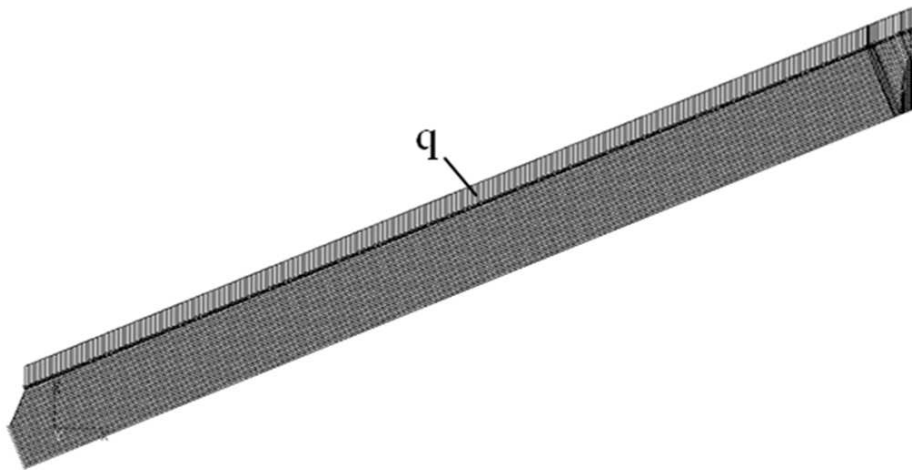


Рис. 1 – Кінцево-елементна модель напіварки

Напіварка покрита сіткою плоских прямокутних КЕ товщиною  $t=193\text{мм}$  з розмірами  $33\times 33\text{мм}$ , а на ділянках лобового упору гребневої частини арки –  $15\times 35,542\text{мм}$ .

В [11] для випадку зцентрованих лобових упорів по кінцях напіварки було показано, що фактичні змінюючі нормальні напруження розподіляються по висоті стиснутих ділянок лобових упорів практично по лінійному закону і створюють опорні розвантажувальні моменти. Покажемо, що для випадку зміщених від центральної осі напіварки лобових упорів для створення ексцентриситетів дії поздовжньої стискаючої сили також слід додатково урахувувати ексцентриситети, що виникають від нерівномірного розподілу змінюючих нормальних напружень по висоті лобових упорів.

По кінцях кінцево-елементної моделі напіварки нормально до її торців були додані додаткові прямолінійні пружні стержні, за допомогою яких відстежувались ділянки стиску та відриву опорного та гребневого торців напіварки по відношенню до своїх упорів. Розв'язання контактних задач «торець напіварки – упорний елемент» виконувалося ітераційним шляхом.

**Результати досліджень.** Результат першої спроби чисельного розрахунку в SCAD показав, що в декількох стержнях верхньої частини лобового упору виник розтяг, який свідчить про намагання верхньої частини «відірватися» від площадки взаємного контакту торця арки з упором. Подальші ітерації виконувалися з контролюванням двох критеріїв: 1 – розтягнуті стержні виключалися з розрахункової схеми; 2 – максимальні змінюючі нормальні напруження не повинні були перевищувати значення відповідного розрахункового опору деревини, а саме: для опорного вузла арки -  $1,5\text{кН/см}^2$ , для гребневого вузла -  $1,246\text{кН/см}^2$  (значення розрахункового опору деревини сосни 2-го сорту змінанню під кутом  $\alpha=21,8^\circ$  до волокон). Виконання другого критерію досягалося послідовним регулюванням жорсткостей стержнів. Остаточні розподіли нормальних напружень по висоті лобових упорів

наверені на рис. 2, 3.

Вони виявилися достатньо близькими до лінійного розподілу. Довжини площадок зминання (стиснутої ділянки) на кожному кінці напіварки виявилися значно меншими, ніж фактичні розміри їх торців.

За значеннями нормальних напружень, наведених на рис. 2, 3, маємо величини відповідних рівнодіючих:  $R_{on}=-329,3\text{кН}$  (на 1,35% менше ніж  $N_{on}=-333,8\text{кН}$ ) та  $R_{реб}=-261,4\text{кН}$  (на 4,1% менше ніж  $N_{реб}=-272,55\text{кН}$ ). Ця незначна різниця для наведених величин перш за все пояснюється тим, що довжина верхньої кромки напіварки, до якої прикладено навантаження, має менший розмір, ніж довжина центральної осі.

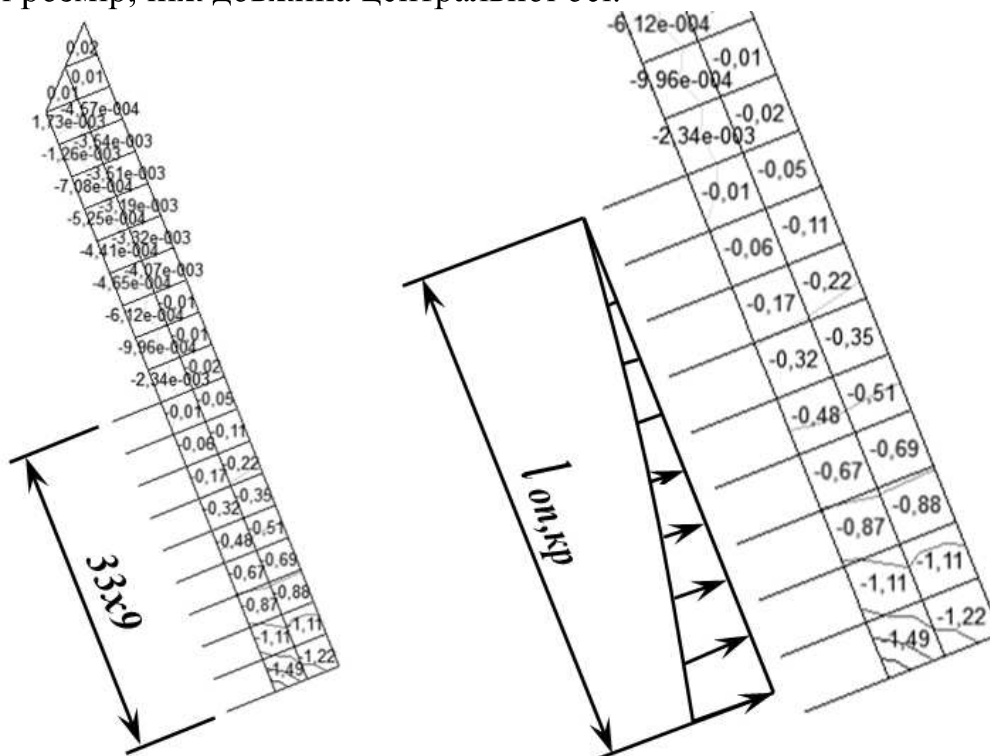


Рис. 2 – Характер фактичного розподілу нормальних змінюючих напружень по стиснутій частині лобового упору опорного вузла

Відповідно до нового методу, описаного в [11], замінюємо реальні епюри розподілу нормальних напружень, наведених на рис. 2, 3, трикутними епюрами (рис. 4, 5). Задаючи для опорного вузла значення максимальних змінюючих напружень  $\sigma_{max}=1,5 \text{ кН/см}^2$ , знаходимо довжину  $l_{on,тр}$  стиснутої по трикутнику епюри нормальних напружень:

$$l_{on,тр} = \frac{2 \cdot R_{on}}{\sigma_{max} \cdot b} = \frac{2 \cdot 329,3}{1,5 \cdot 19,3} = 22,75\text{см}. \quad (3)$$

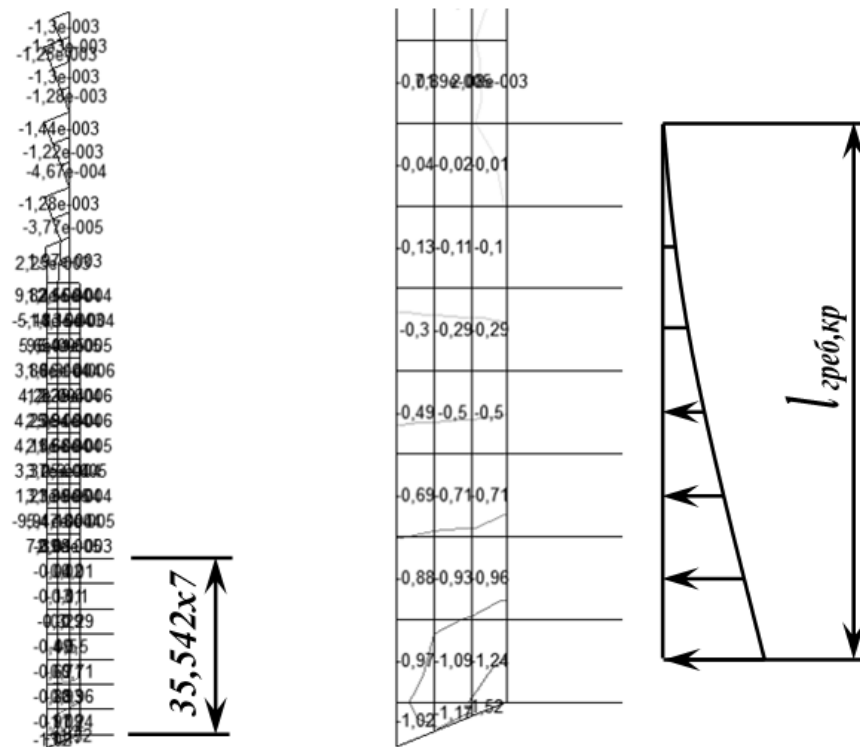


Рис. 3 – Характер фактичного розподілу нормальних змінючих напружень по стиснутій частині лобового упору гребневого вузла

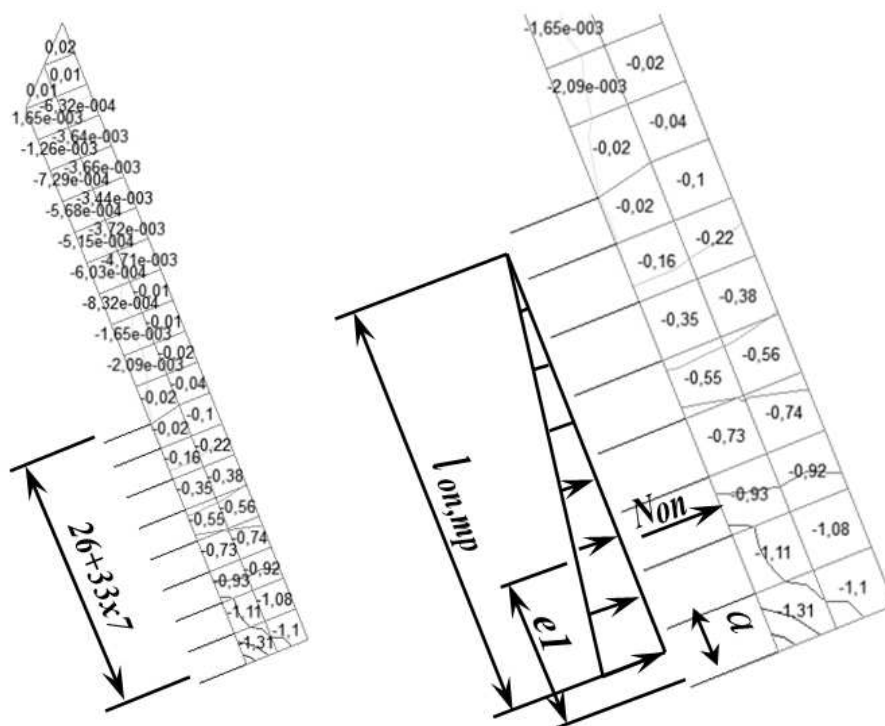


Рис. 4 – Розподіл нормальних змінючих напружень по стиснутій частині лобового упору опорного вузла по трикутнику

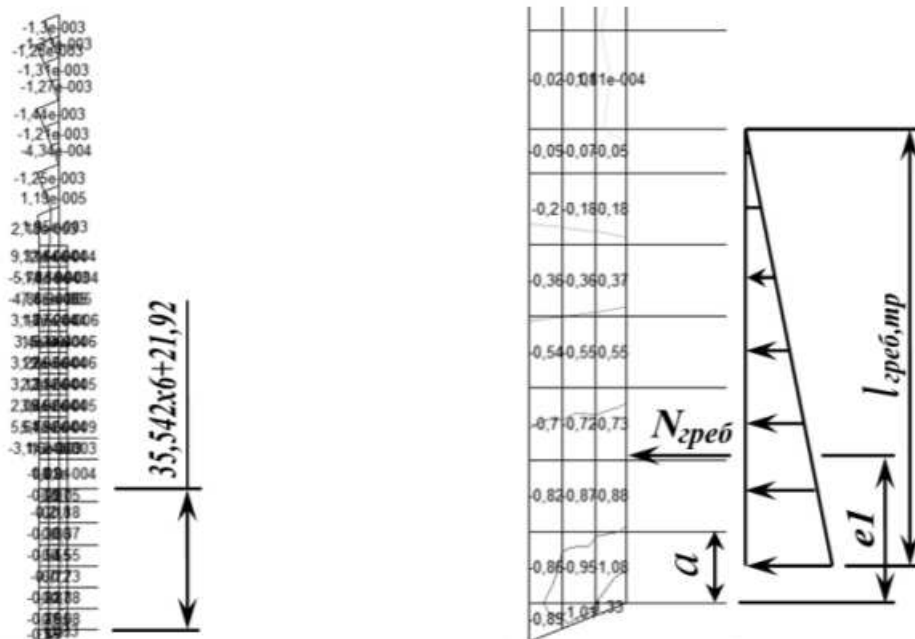


Рис. 5 – Розподіл нормальних змінюючих напружень по стиснутій частині лобового упору гребневого вузла по трикутнику

Виходячи з того, що в SCAD напруження розподіляються рівномірно по висоті кінцевих елементів, а їх значення прикладені посередині цієї висоти, запис виразу рівнодіючої  $R_{on}$  цих напружень на ділянці торця довжиною  $l_{on,тр}$  з урахуванням їх розподілу по лінійному закону по висоті даної ділянки має вид (рис. 6):

$$R_{on} = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4 + \sigma_5 + \sigma_6 + \sigma_7) \cdot a \cdot b, \quad (4)$$

де  $\sigma_i$  - значення нормального напруження в середині кінцевого елемента висотою  $a=3,3$ см (товщина дошки після обстругування).

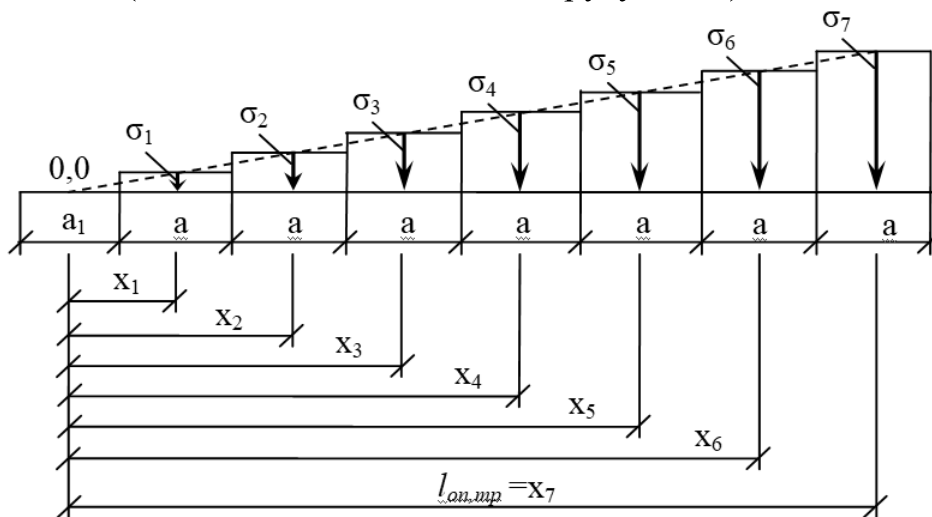


Рис. 6 – До визначення значень стискаючих напружень в середині кінцевих елементів стиснутої ділянки опорного вузла

Безпосередньо з рис. 6 маємо:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_7(l_{on,тр} - 6a)/l_{on,тр}, \quad \sigma_2 = \sigma_7(l_{on,тр} - 5a)/l_{on,тр}, \\ \sigma_3 &= \sigma_7(l_{on,тр} - 4a)/l_{on,тр}, \quad \sigma_4 = \sigma_7(l_{on,тр} - 3a)/l_{on,тр}, \end{aligned}$$

$$\sigma_5 = \sigma_7(l_{оп,тр} - 2a)/l_{оп,тр}, \sigma_6 = \sigma_7(l_{оп,тр} - a)/l_{оп,тр}. \quad (5)$$

Підставивши (5) в (4) та після нескладних перетворень остаточно отримуємо:

$$R_{оп} = \sigma_7 \cdot a \cdot (7l_{оп,тр} - 21a)/l_{оп,тр}, \quad (6)$$

звідки

$$\sigma_7 = R_{оп} \cdot l_{оп,тр} / (a \cdot (7l_{оп,тр} - 21a)). \quad (7)$$

Обчислене за (7) значення напруження  $\sigma_7=1,36\text{кН/см}^2$  в середині крайнього кінцевого елемента відповідає значенню  $\sigma_{max}=1,5\text{кН/см}^2$ , діючого в кінцевій точці стиснутої ділянки лобового упору. На рис. 4 маємо значення нормальних стискаючих напружень, обчислених за виразами (7), (5), які підтверджують лінійний характер їх розподілу по висоті стиснутої ділянки лобового упору. За цими значеннями знаходимо положення рівнодіючої  $R_{оп}=N_{оп}$  та обчислюємо її прив'язку  $e1$  до нижньої грані напіварки. Ексцентриситет дії сили  $N_{оп}$  визначаємо за формулою:

$$e = h/2 - e1. \quad (8)$$

Зауважимо, що вирази (4)...(7) необхідні лише для проведення чисельних розрахунків напіварки з метою доведення того, що нормальні зминаючі напруження в її опорному вузлі змінюються лінійно по висоті стиснутої ділянки лобового упору. Цей факт дозволяє замість виконання громіздких чисельних розрахунків контактної задачі «торець арки – упорний елемент» визначати місце прикладання рівнодіючої  $R_{оп}=N_{оп}$  по висоті упору безпосередньо за виразом (рис. 7):

$$e = 1/3 \cdot l_{оп,тр}, \quad (9)$$

а за виразом (8) – обчислювати ексцентриситет дії рівнодіючої  $N_{оп}$  по відношенню до центральної осі напіварки.

Результати чисельних розрахунків гребневого вузла були виконані аналогічно. На рис. 5 наведені значення нормальних стискаючих напружень, які підтверджують лінійний характер їх розподілу по висоті стиснутої ділянки лобового упору.

Задаючи значення максимальних зминаючих напружень під кутом  $\alpha=21,8^\circ$  до волокон  $\sigma_{max}=1,246\text{кН/см}^2$ , знаходимо довжину  $l_{греб,тр}$  стиснутої по трикутнику епюри нормальних напружень

$$l_{греб,тр} = \frac{2 \cdot R_{греб}}{\sigma_{max} \cdot b} = \frac{2 \cdot 261,4}{1,246 \cdot 19,3} = 21,74\text{см} \quad (10)$$

та виконавши обчислення за методикою, наведеною вище для опорного вузла, маємо максимальне значення зминаючого напруження  $\sigma=1,08\text{кН/см}^2$  в середині висоти нижнього кінцевого елемента стиснутої ділянки лобового упору в гребневому вузлі (рис. 5).

Як і в попередньому випадку, замість виконання громіздких чисельних розрахунків контактної задачі «торець арки – упорний елемент» місце прикладання рівнодіючої  $N_{греб}$  по висоті упору визначаємо безпосередньо за виразом (рис. 7):



$$e_1 = 1/3 \cdot l_{\text{греб,тр}}, \quad (11)$$

а за розміром  $e_1$  легко обчислюється ексцентриситет дії поздовжньої стискаючої сили  $N$  по відношенню до центральної осі напіварки.

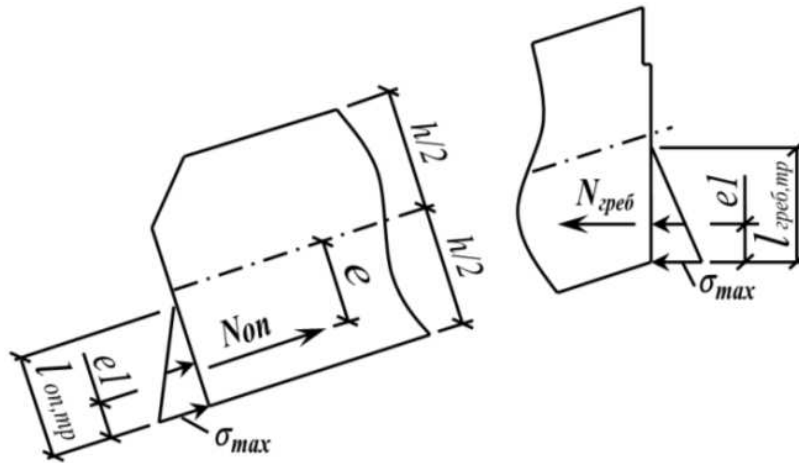


Рис. 7 – До обчислення ексцентриситетів дії поздовжніх сил в лобових упорах опорного та гребеневого вузла напіварки

Обчислені за виразами (9) та (11) прив'язки  $e_1$  отримали наступні значення відповідно в опорному та гребневому вузлах:  $e_{1on}=7,58\text{см}$ , а  $e_{1греб}=7,25\text{см}$ . В результаті цих зміщень поздовжніх сил в вузлах арки та відповідних їм опорних розвантажувальних моментів в середніх перерізах напіварок отримані наступні значення зусиль:  $M_{max}=M_{розрах}=20361,1\text{кНсм}$ ,  $N_{віднов}=293,4\text{кН}$ ,  $M_D=23006,9\text{кНсм}$  ( $\xi=0,85$ ). Обчислені за третім виразом (2) відповідні нормальні напруження отримали значення:  $\sigma_{max}=-0,94\text{кН/см}^2$  (крайні верхні стиснуті волокна),  $\sigma_{min}=0,62\text{кН/см}^2$  (крайні нижні розтягнуті волокна).

**Висновки.** 1. В роботі чисельно було доведено, що напруження змінання торців напіварок трьохшарнірних арок прямолінійного обрису не розподіляються рівномірно по висоті лобових упорів, як це прийнято в традиційних розрахунках опорних вузлів арок різного обрису. Фактично ці напруження практично змінюються за лінійним законом. Ця обставина дозволяє не вирішувати чисельно контактну задачу «торець напіварки - упорний елемент», а знаючи величини нормальних до торців напіварок поздовжніх стискаючих зусиль та довжини стиснутих ділянок лобових упорів, аналітично визначати значення ексцентриситетів дії цих зусиль по відношенню до центральних осей напіварок.

1. Клименко В.З. Конструкції з дерева і пластмас: Підручник. Київ: Вища шк., 2000. 304 с.

Klymenko V.Z. Konstruktsiizderevaiplastmas: Pidruchnyk. Kyiv: Vyshchashk., 2000. 304 s.

2. Михайловський Д.В. Деякі особливості розрахунку арок з клеєної деревини [Електронний ресурс] / Д. В. Михайловський, Т. С. Бабич // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. - 2014. - Вип. 29. - С. 273-280. - Режим доступу: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/rmkbs\\_2014\\_29\\_40](http://nbuv.gov.ua/UJRN/rmkbs_2014_29_40)

Mykhailovskyi D.V. Deiaki osoblyvosti rozrakhunku arok z kleienoi derevyny

[Elektronnyi resurs] / D. V. Mykhailovskiy, T. S. Babych // Resursoekonomni materialy, konstruktsii, budivli ta sporudy. - 2014. - Vyp. 29. - S. 273-280. - Rezhym dostupu: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/rmkbs\\_2014\\_29\\_40](http://nbuv.gov.ua/UJRN/rmkbs_2014_29_40)

3. Найчук А. Я. Опорные и коньковые узлы деревянных клееных трехшарнирных арок: автореф. дис. на соискание степени канд. техн. наук: спец. 05.23.01 "Строительные конструкции, здания и сооружения" / Найчук А. Я. Киев, 1985. 22 с.

Najchuk A. Ya. Opornye i konkovye uzly derevyannyh kleenyh trehsharnirnyh arok: avtoref. dis. na soiskanie stepeni kand. tehn. nauk: spec. 05.23.01 "Stroitelnye konstrukcii, zdaniya i sooruzheniya" / Najchuk A. Ya. Kiev, 1985. 22s.

4. Индустриальные деревянные конструкции. Примеры проектирования: Учеб. пособие для вузов / Ю.В. Слицкоухов, И.М. Гуськов, Л.К. Ермоленко и др.; Под ред. Ю.В. Слицкоухова. Москва: Стройиздат, 1991. 256 с.

Industrialnye derevyannye konstruktsii. Primery proektirovaniya: Ucheb. posobie dlya vuzov / Yu.V. Slitskouhov, I.M. Guskov, L.K. Ermolenko i dr.; Pod red. Yu.V. Slitskouhova. Moskva: Strojizdat, 1991. 256 s.

5. Строительные конструкции из дерева и синтетических материалов. Проектирование и расчет: Учеб. пособие / И.М. Гринь, К.Е. Джан-Темиров, В.И. Гринь. Киев.: Выsshak., 1990. 221с.

Stroitelnye konstruktsii iz dereva i sinteticheskikh materialov. Proektirovanie i raschet: Ucheb. posobie / I.M. Grin, K.E. Dzhan-Temirov, V.I. Grin. Kiev.: Vyshashk., 1990. 221s.

6. Деревянные конструкции: учеб. пособие / А.В. Калугин. Москва: АСВ, 2008. 288 с.

Derevyannye konstruktsii: ucheb. posobie / A.V. Kalugin. Moskva: ASV, 2008. 288 s.

7. М.М. Гаппоев, И.М. Гуськов, Л.К. Ермоленко, В.И. Линьков, Е.Т. Серова, Б.А. Степанов, Э.В. Филимонов. Конструкции из дерева и пластмасс. Учебник. Москва: Издательство АСВ, 2004. 440 с.

M.M. Gappoev, I.M. Guskov, L.K. Ermolenko, V.I. Linkov, E.T. Serova, B.A. Stepanov, E.V. Filimonov. Konstrukcii iz dereva i plastmass. Uchebnik. Moskva: Izdatelstvo ASV, 2004. 440 s.

8. Проектирование деревянных конструкций: учеб. пособие / Е.Н. Серов, Ю.Д. Санников, А.Е. Серов; под ред. Е.Н. Серова. Москва: Издательство АСВ, 2011. 536 с.

Proektirovaniederevyannyhkonstruktsij: ucheb. posobie / E.N. Serov, Yu.D. Sannikov, A.E. Serov; podred. E.N. Serova. Moskva: IzdatelstvoASV, 2011. 536 s.

9. Деревянные конструкции: учеб. пособие для студентов вузов / А.В.Крицин, Г.Н. Шмельёв. Нижний Новгород: ННГАСУ, 2012. 212 с.

Derevyannye konstruktsii: ucheb. posobiedlyastudentovvuzov / A.V. Kricin, G.N. Shmelyov. NizhnijNovgorod: NNGASU, 2012. 212 s.

10. Перетятко Ю.Г., Агеенко С.Б., Ляшенко І.Ю. Дерев'яні конструкції унікальних і спеціальних споруд / Навчально-методичний посібник до курсового і дипломного проектування для здобувачів вищої освіти спеціальності 192 «Будівництво та цивільна інженерія» другого (магістерського) рівня. Харків: ХНУБА, 2022. 88 с.

Peretiatko Yu.H., Aheienko S.B., Liashenko I.Iu. Dereviani konstruktsii unikalnykh i spetsialnykh sporud / Navchalno-metodychnyi posibnyk do kursovoho i dyploumnoho proiektuvannia dlia zdobuvachiv vyshchoi osvity spetsialnosti 192 «Budivnytstvo ta tsyvilna inzheneriia» druhooho (mahisterskooho) rivnia. Harkiv: KhNUBA, 2022. 88 s.

11. Перетятко Ю.Г., Агеенко С.Б., Рюмін В.В., Ляшенко І.Ю. Особливості розрахунку вузлів арок з лобовими упорами, зцентрованими на центральні осі напіварок // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Рівне: НУВГП, 2022. Вип. 41. С.189-199.