

ДОСЛІДЖЕННЯ, ПРОЕКТУВАННЯ ТА ЗАПРОВАДЖЕННЯ РЕСУРСОЕКОНОМНИХ КОНСТРУКЦІЙ, БУДІВЕЛЬ ТА СПОРУД

УДК 624.012.45

ПРО НЕЛІНІЙНІСТЬ ДЕФОРМУВАННЯ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЗГИНАЛЬНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

ON THE NONLINEARITY OF DEFORMATION OF REINFORCED CONCRETE FLEXURAL ELEMENTS

Азізов Т.Н., д.т.н., проф., Orcid [0000-0001-9621-9805], (Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини)

Кочкаръов Д.В., д.т.н., проф., Orcid [0000-0002-4525-7315] (Національний університет водного господарства та природокористування)

Taliat Azizov, Doctor of Engineering, Professor, (Pavlo Tychyna Uman State Pedagogical University, Ukraine)

Dmitry Kochkarev, Doctor of Engineering, Professor, (National University of Water and Environment Engineering, Ukraine)

У статті показано, що в більшості розрахунків залізобетонних елементів не слід враховувати низхідну гілку діаграми деформування бетону. Це пов'язано з фактом, що при розрахунку ми не можемо перевищити значення напружень в бетоні величини розрахункового опору. В той же час висхідну гілку діаграми можна вважати лінійною. Показано, що залежність «Момент-кривизна» має лінійний характер як на стадії до утворення тріщин, так і при утворенні тріщин. При цьому розрахунки з застосуванням програмних комплексів суттєво спрощуються при практичній відсутності втрати точності.

It is shown that in most calculations of reinforced concrete elements, the descending branch of the concrete deformation diagram should not be taken into account. This is due to the fact that in the calculation it is impossible to exceed the value of the stress in concrete, the value of the design resistance. It is shown that the "moment-curvature" dependence has a linear character both before the formation of cracks and after the formation of cracks. At the same time, calculations using software systems are greatly simplified with almost no loss of accuracy.

The use of nonlinear methods for determining the stress-strain state in design leads to significant difficulties. In addition, these methods do not add accuracy to the calculation, but lead to ill-conditioned design schemes.

The ascending branch of the concrete diagram can be approximated by a

straight line, which greatly simplifies the calculations without a noticeable decrease in accuracy. The use of a non-linear form of the concrete diagram complicates the calculations, especially when used in software systems. This is because the roots of any equation greater than the first degree have two or more values for the same value of moment or stress. Therefore, it is difficult to choose the desired root in the software package. The use of a linear function always has a unique solution, while the accuracy decreases quite slightly.

The statement about the linear relationship "moment-curvature" is also proved by the approach that is adopted in the US standards. If we pass from the formula for determining the moment of inertia of an element with cracks to the "moment-curvature" dependence, then we can see that this dependence is linear.

The article shows how to use linear dependencies in the calculations of beam elements and slabs. The proposed approach to the design of reinforced concrete slabs using the finite element method involves changing the rigidity of the finite element depending on the presence or absence of cracks. In this case, the stiffness can have only two values, which are approximated by linear dependencies.

Ключові слова: залізобетонний елемент, жорсткість, тріщина, прогини, ітерації
reinforced concrete element, stiffness, crack, deflections, iterations.

Аналіз досліджень і постановка задачі. Розвиток загальної теорії залізобетону передбачає застосування нелінійних діаграм деформування до встановлення напружено-деформованого стану, як перерізів залізобетонних елементів, так і конструктивних систем. Складність розгляду даного питання полягає у тому, що нелінійність деформування таких елементів залежить від багатьох факторів: класу бетону, проценту армування, тривалості дії навантаження, а також рівня напружень.

Доволі часто, окремі вчені, розробляючи певні нелінійні теорії, вказують на перевагу тої чи іншої методики, те що вона працює на всьому діапазоні роботи залізобетонних елементів. При цьому весь діапазон роботи, як правило потрібен лише, експериментаторам, у яких є достатньо нелінійних методів обчислення.

З огляду на це нелінійні методики обчислення напружено-деформованого стану (визначення прогинів та ширини розкриття тріщин) відносяться до так званих «віртуальних» і їх використання при проектуванні, обстеженні будівельних елементів і конструкцій призводить до появи значних складнощів та втрати зайвого часу на проведення даних нелінійних обчислень. Також варто зазначити, що ці методи а ж ніяк не добавляють точності розрахунку, а призводять до поганой обумовленості великих просторових розрахункових схем, які згідно з чинними нормами

проектування необхідно розраховувати разом із основами. Саме тому, пропонується встановити діапазон роботи залізобетонних елементів.

З огляду на вищесказане, метою даної статті є встановлення діапазону роботи залізобетонних елементів, для можливості оцінки його нелінійного деформування.

Викладення основного матеріалу.

У відповідності із чинними нормами, залізобетонні елементи, це елементи із процентом армування не більше 4% і не менше 0,13%. У даному діапазоні можливі два випадки руйнування згинальних залізобетонних елементів. Перший випадок руйнування стосується таких елементів, у яких руйнування починається із досягнення межі текучості у розтягнутій арматурі з подальшим досягненням граничних деформацій у стиснутій зоні бетону. Це не переармовані залізобетонні елементи. Другий випадок припадає на елементи в яких армування починається із досягнення у стиснутому бетоні граничних деформацій, із подальшим досягненням межі текучості в робочій арматурі. Це випадок переармованих елементів. Руйнування за такого випадку супроводжується крихким руйнуванням елементів. Це призводить до використання значних коефіцієнтів запасів для них. До того ж такі елементи є економічно недоцільними у наслідок перевитрати армування. Використання їх у статично невизначених системах, також обмежене, так як в них практично не відбувається перерозподіл зусиль, що підтверджено численними дослідженнями [7]. Тобто, необхідно залежно від виду використаних матеріалів встановити граничний процент переармування. До того ж, як показують розрахунки при перевищенні даного процента несуча здатність практично не змінюється. Це також значно зменшить діапазон залізобетонних елементів. Тому остаточно діапазон процентів армування згинальних залізобетонних елементів, можна представити таким чином

$$D(\rho_{fm})\% = [0.13 \dots \rho_{fm}] \leq 4\%, \quad (1)$$

де $D(\rho_{fm})\%$ – діапазон процентів армування згинальних залізобетонних елементів, ρ_{fm} – граничний процент армування, який відповідає початку переармування.

Значення граничного процента армування може, дещо відрізнитися залежно від прийнятої методики розрахунку. Тому тут варто прийняти найбільші значення для розширення даного діапазону.

Сучасна система надійності залізобетонних елементів передбачає розрахунок їх за двома групами граничних станів. Несучу здатність згинальних залізобетонних елементів визначають за першою групою граничних станів при відповідних значеннях характеристик бетону та арматури. Прогини та ширину розкриття тріщин встановлюють за другою групою граничних станів, також із відповідними характеристиками матеріалів. Для встановлення рівня навантаження за якого може знадобитися

визначати прогини необхідно визначити несучу здатність за першою та другою групою граничних станів. Тоді рівень навантаження який відповідає несучій здатності за першою групою граничних станів буде визначатися за виразом

$$\eta_{\sigma} = \frac{M_{uI}}{M_{uII}}, \quad (2)$$

де η_{σ} –рівень навантаження, що відповідає несучій здатності елемента, M_{uI} –несуча здатність визначена за характеристиками I першої групи граничних станів; M_{uII} –несуча здатність визначена за характеристиками II першої групи граничних станів.

Застосувавши метод розрахункових опорів залізобетону [7], доволі просто показати, що відношення несучої здатності за виразом (2), відповідає відношенню розрахункових опорів залізобетону. Це вказує на те, що визначений рівень навантаження буде характеризувати роботу залізобетонних елементів не залежно від їх розмірів.

Також варто зазначити, що реальний рівень навантаження за якого необхідно визначати прогин буде, ще меншим ніж визначений за виразом (2), так як прогини визначають від експлуатаційного навантаження.

Розглянемо тепер суттєвий факт, який для проектувальників буде грати вирішальну роль для спрощення розрахунків. Відомо, що на сучасному етапі проектування залізобетонних конструкцій пропонується (в тому числі в нормативних документах Європи та України) для визначення несучої здатності, кривизни, переміщень, перерозподілу зусиль у статично невизначених системах виходити з напружено-деформованого стану залізобетонних перерізів, визначеного на основі використання нелінійної діаграми «напруження-деформації». Виконанню розрахунків з використанням нелінійної діаграми деформування бетону присвячені сотні робіт [2-4, 8-10]. Такі розрахунки відрізняються своєю складністю. Однак, складається враження, що в усіх дослідженнях, присвячених реальному проектуванню з використанням нелінійних властивостей бетону, свідомо чи несвідомо ігнорувався факт потреби взагалі в таких розрахунках, особливо при визначенні жорсткості елементів. Пояснимо цей факт на простому прикладі. Нехай треба розрахувати несучу здатність перерізу залізобетонного елемента, який виготовлений з бетону класу С20/25. Діаграми деформування, отримані за формулою 3.4 ДСТУ [5], побудовані для граничних станів першої та другої групи, показані на рис. 1.

Якщо провести горизонтальну лінію з вершини діаграми для граничного стану першої групи (лінія 3 на рис. 1), то можемо бачити, що вона перетинає криву діаграми, яка побудована для граничного стану другої групи, в точці, вище якої знаходиться вся область нелінійних деформацій. Нижче цієї точки діаграма практично з великою точністю може бути прийнята лінійною

функцією. Тут слід зазначити, що реальна діаграма розглянутого бетону відповідає саме лінії 1. Лінія же 2 – є діаграмою для розрахунку за першою групою граничних станів.

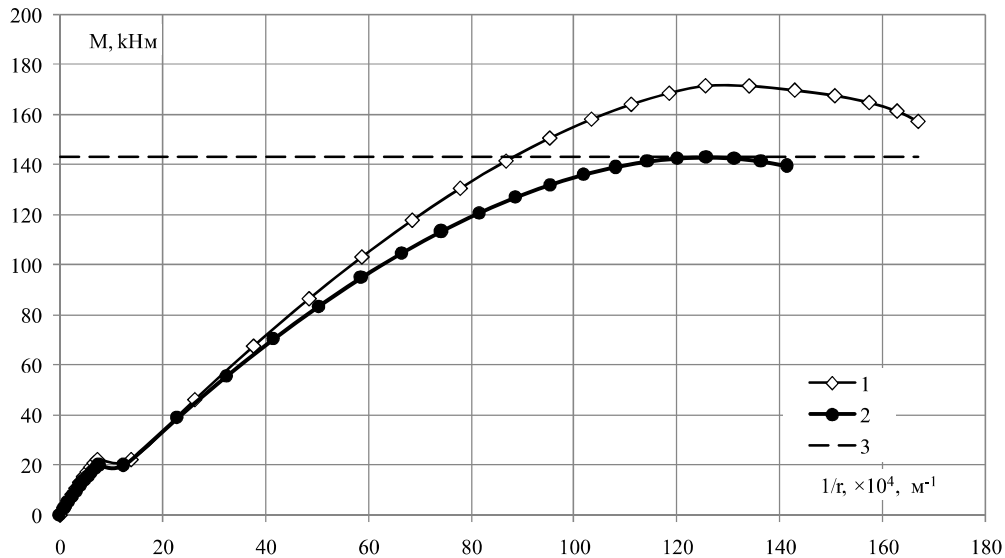


Рис. 1. Діаграми деформування бетону C20/25 для граничних станів першої та другої групи. 1- діаграма для граничного стану другої групи (із характеристиками s_k); 2 – діаграма для граничного стану першої групи (із характеристиками s_d); 3 – лінія, що відповідає міцності f_{cd} .

З огляду на рис.1 стає питання: якщо ми розраховуємо міцність перерізу з бетону, діаграма якого показана лінією 1 і, ми не можемо перевищити значення напружень в бетоні величини розрахункового опору f_{cd} , то навіщо нам потрібна верхня частина лінії 1, адже ми не можемо проектувати залізобетонний елемент при напруженнях, більших f_{cd} ? Більше того, легко показати, що в багатьох випадках несуча здатність за граничними станами другої групи може бути більшою за несучу здатність за граничними станами першої групи.

Крім того, відомо, що розрахунок за граничними станами другої групи ведеться для експлуатаційних навантажень при навантаженнях 0.6-0.8 від розрахункових. Якщо врахувати цей факт, а також факт, що відношення f_{cd}/f_{ck} складає 0.75-0.8, то верхня частина діаграми деформування (лінія 1 на рис. 1) також буде відсічена. Це означає, що і розрахунки за граничними станами другої групи практично завжди можна проводити без врахування нижньої гілки діаграми. Нижня ж частина цієї діаграми може бути апроксимована з достатньою для практичних розрахунків точністю у вигляді прямої лінії.

Звичайно, при проведенні експериментів для виявлення впливу того чи іншого фактору, іноді встає потреба в визначенні прогинів при навантаженнях після досягнення значення максимального згинального моменту. При цьому, як правило, тріщини вже неприпустимо широко розкриті, прогини перевищують нормативні значення і т.п. В такому випадку можна застосовувати будь які нелінійні розрахунки. Але це стосується саме

розрахунків для перевірки експериментальних факторів. Реальне проектування не передбачає допущення надмірного розкриття тріщин, перевищення нормативних прогинів, перевищення напружень величини f_{cd} . Тому пропонується при проектуванні реальних конструкцій застосовувати розрахунки без врахування низхідних гілок діаграми.

Висхідну гілку можна апроксимувати прямою лінією, що значно спрощує розрахунки без помітного зменшення точності. Застосування нелінійної форми діаграми бетону ускладнює розрахунки, особливо при застосуванні її в програмних комплексах. Справа в тому, що корені будь якого рівняння більше першого ступеня мають два або більше значення при одному й тому ж значенні моменту або напруження. Тому в програмному комплексі важко обрати потрібний корінь. Застосування ж лінійної функції завжди має однозначне рішення, при цьому зовсім непомітно погіршення точності.

Підтвердимо наведені вище твердження числовим експериментом, на основі нелінійної деформаційної моделі. Для цього попередньо встановимо межу перearмування. Для визначення значення граничного проценту армування, який відповідає початку пере армування. Виконаємо числовий експеримент по визначенню несучої здатності згинальних елементів прямокутного поперечного перерізу армованих арматурою класів А400 та А500. У таблиці 1 наведено результати числового експерименту.

Таблиця 1.

Значення граничного проценту армування, який відповідає початку перearмування та діапазон процентів армування згинальних залізобетонних елементів прямокутних перерізів армованих арматурою класу А400, А500

Клас бетону	f_{cd} , МПа	Клас арматури					
		А400			А500		
		f_{cd}/f_{yd}	ρ_{fm} , %	$D(\rho_{fm})$	f_{cd}/f_{yd}	ρ_{fm} , %	$D(\rho_{fm})$
С8/10	6.0	0.016	0.885	0.13...0.885	0.014	0.745	0.13...0.745
С12/15	8.5	0.023	1.248	0.13...1.248	0.020	1.050	0.13...1.050
С16/20	11.5	0.032	1.671	0.13...1.671	0.026	1.405	0.13...1.405
С20/25	14.5	0.040	2.076	0.13...2.076	0.033	1.744	0.13...1.744
С25/30	17.0	0.047	2.394	0.13...2.394	0.039	2.007	0.13...2.007
С30/35	19.5	0.053	2.690	0.13...2.690	0.045	2.252	0.13...2.252
С32/40	22.0	0.060	2.971	0.13...2.971	0.051	2.483	0.13...2.483
С35/45	25.0	0.068	3.279	0.13...3.279	0.057	2.734	0.13...2.734
С40/50	27.5	0.075	3.525	0.13...3.525	0.063	2.933	0.13...2.933
С45/55	30.0	0.082	3.755	0.13...3.755	0.069	3.119	0.13...3.119
С50/60	33.0	0.090	4.025	0.13...4.000	0.076	3.337	0.13...3.337

Дані таблиці 1 дозволяють запропонувати вираз для визначення значення граничного проценту армування, який відповідає початку перearмування. На рис. 2 показана залежність процента армування ρ_{fm} від відношення f_{cd}/f_{yd} .

Залежність $\rho_{fm}=f(f_{cd}/f_{yd})$ добре апроксимується лінійною функцією:

$$\rho_{fm} = 47.43 \frac{f_{cd}}{f_{yd}}, \nu = 2,5\%. \quad (3)$$

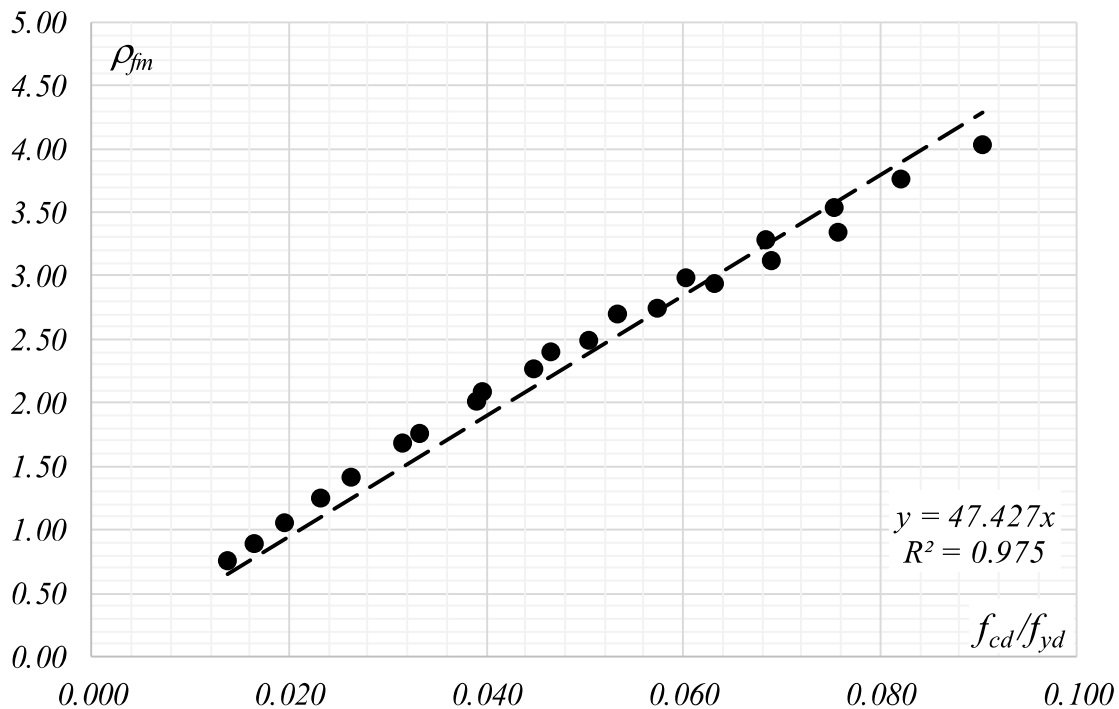


Рис. 2. Залежність $\rho_{fm}=f(f_{cd}/f_{yd})$ для згинальних залізобетонних елементів прямокутного перерізу армованих арматурою класів А400, А500

Механічний коефіцієнт армування визначається за виразом

$$\omega = \frac{\rho_{fm} f_{yd}}{100 f_{cd}}. \quad (4)$$

Тоді граничне значення механічного коефіцієнта армування, яке відповідає початку переармування складає

$$\omega_{fm} = 0.474. \quad (5)$$

Визначимо рівень навантаження для встановленого діапазону армування. Для отримання повної інформації будемо встановлювати рівні навантаження за таких відсотків армування $\rho_{fmin}=0.13\%$, $(\rho_{fm}-\rho_{fmin})/2+\rho_{fmin}$, ρ_{fm} . Тобто взяті проценти армування мінімально та максимально можливі та проміжні значення. Основні параметри числового експерименту приведені у табл.2.

Визначений на основі запропонованого числового експерименту максимальний рівень навантаження за якого необхідно визначати прогини представлено у табл. 3.

Таблиця 2.

Параметри числового експерименту по визначенню максимального рівня навантаження за якого необхідно визначати прогини

Клас бетону	f_{ck} , МПа	E_{ck} , МПа	f_{cd} , МПа	E_{cd} , МПа	Клас арматури					
					A400 ($f_{yk}=364$ МПа, $f_{yd}=400$ МПа)			A500 ($f_{yk}=435$ МПа, $f_{yd}=500$ МПа)		
					ρ_{fmin} , %	$(\rho_{fm}-\rho_{fmin})/2 + \rho_{fmin}$	ρ_{fm} , %	ρ_{fmin} , %	$(\rho_{fm}-\rho_{fmin})/2 + \rho_{fmin}$	ρ_{fm} , %
C8/10	7.5	15000	6.0	12600	0.13	0.51	0.89	0.13	0.44	0.75
C12/15	11.0	20000	8.5	16300	0.13	0.69	1.25	0.13	0.59	1.05
C16/20	15.0	23000	11.5	20000	0.13	0.90	1.67	0.13	0.77	1.41
C20/25	18.5	26000	14.5	23000	0.13	1.10	2.08	0.13	0.94	1.74
C25/30	22.0	29000	17.0	25000	0.13	1.26	2.39	0.13	1.07	2.01
C30/35	25.5	31000	19.5	27000	0.13	1.41	2.69	0.13	1.19	2.25
C32/40	29.0	32000	22.0	28500	0.13	1.55	2.97	0.13	1.31	2.48
C35/45	32.0	34000	25.0	30500	0.13	1.70	3.28	0.13	1.43	2.73
C40/50	36.0	35000	27.5	32000	0.13	1.83	3.53	0.13	1.53	2.93
C45/55	39.5	36000	30.0	33000	0.13	1.94	3.76	0.13	1.62	3.12
C50/60	43.0	37000	33.0	34000	0.13	2.07	4.00	0.13	1.73	3.34

Середнє значення по всіх розрахованих балках складає 0,848 (коефіцієнт варіації $V=0,330\%$).

Покажемо апроксимацію для класів бетону C8/10, C20/25 та C50/60, при процентах армування, що відповідають переармуванню ρ_{fm} . Зауважимо, що при менших процентах армування, точність апроксимації прямими лініями буде ще вищою. Апроксимація параметрів виконана для умовних напружень залізобетону σ_M , які визначаються за виразом

$$\sigma_M = \frac{M}{W_c} = \frac{6M}{bd^2}. \quad (6)$$

Введення умовних напружень залізобетону σ_M , дозволяє проводити апроксимацію не залежно від розмірів поперечного перерізу, лише у залежності від проценту армування. Це дозволяє поширювати отримані результати на елементи із поперечним перерізом різних розмірів, з однаковим процентом армування.

Проведення запропонованої апроксимації передбачає введення двох типів жорсткості залізобетонних елементів. Перший тип жорсткості – до утворення тріщин в залізобетонних елементах, другий – після утворення тріщин. На рис. 3, 4, 5 показано апроксимаційні залежності діаграм стану σ_M-1/r , в межах до утворення тріщин та після їх утворення до рівня навантаження 0,85.

Таблиця 3.

Максимальний рівень навантаження за якого необхідно визначати прогини

Клас бетону	Максимальний рівень навантаження за якого необхідно визначати прогини η_σ					
	$\rho_{fmin}, \%$	$(\rho_{fm} - \rho_{fmin})/2 + \rho_{fmin}$	$\rho_{fm}, \%$	$\rho_{fmin}, \%$	$(\rho_{fm} - \rho_{fmin})/2 + \rho_{fmin}$	$\rho_{fm}, \%$
C8/10	0.905	0.890	0.847	0.866	0.856	0.837
C12/15	0.906	0.886	0.830	0.867	0.852	0.812
C16/20	0.907	0.886	0.831	0.867	0.852	0.816
C20/25	0.908	0.890	0.836	0.868	0.856	0.827
C25/30	0.848	0.888	0.837	0.868	0.854	0.816
C30/35	0.781	0.888	0.839	0.868	0.854	0.810
C32/40	0.766	0.888	0.844	0.869	0.853	0.809
C35/45	0.766	0.892	0.859	0.852	0.857	0.825
C40/50	0.788	0.890	0.853	0.798	0.856	0.820
C45/55	0.792	0.890	0.846	0.792	0.855	0.819
C50/60	0.806	0.892	0.840	0.806	0.857	0.821
Середні значення	0.834	0.889	0.842	0.847	0.855	0.819
V, %	4.550	0.005	0.094	1.192	0.004	0.083

Варто звернути увагу на те, що точність апроксимації, для ділянок без тріщин менша ніж для ділянок із тріщинами. Таким чином, якщо загально прийнято приймати лінійну зміну моменту відносно кривизни на ділянках без тріщин, то це також необхідно робити і на ділянці із тріщинами, відкидаючи віртуальну ділянку роботи залізобетонних елементів вище розрахункових значень міцності перерізів елемента.

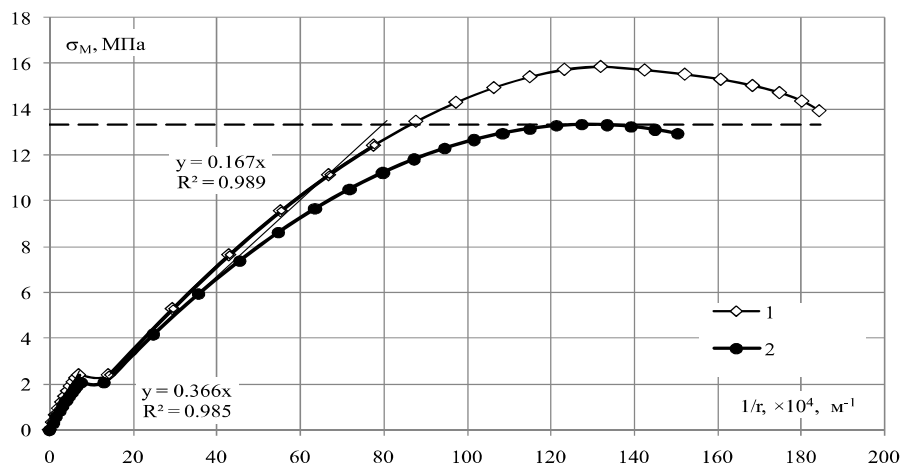


Рис. 3. Апроксимація діаграм стану σ_m-1/γ згинального елемента прямокутного перерізу, C8/10, A400, $\rho_{fm}=0,89\%$: 1 - Діаграма σ_m-1/γ , при експлуатаційних характеристиках матеріалів (cd); 2 - Діаграма σ_m-1/γ , при розрахункових характеристиках матеріалів (ck)

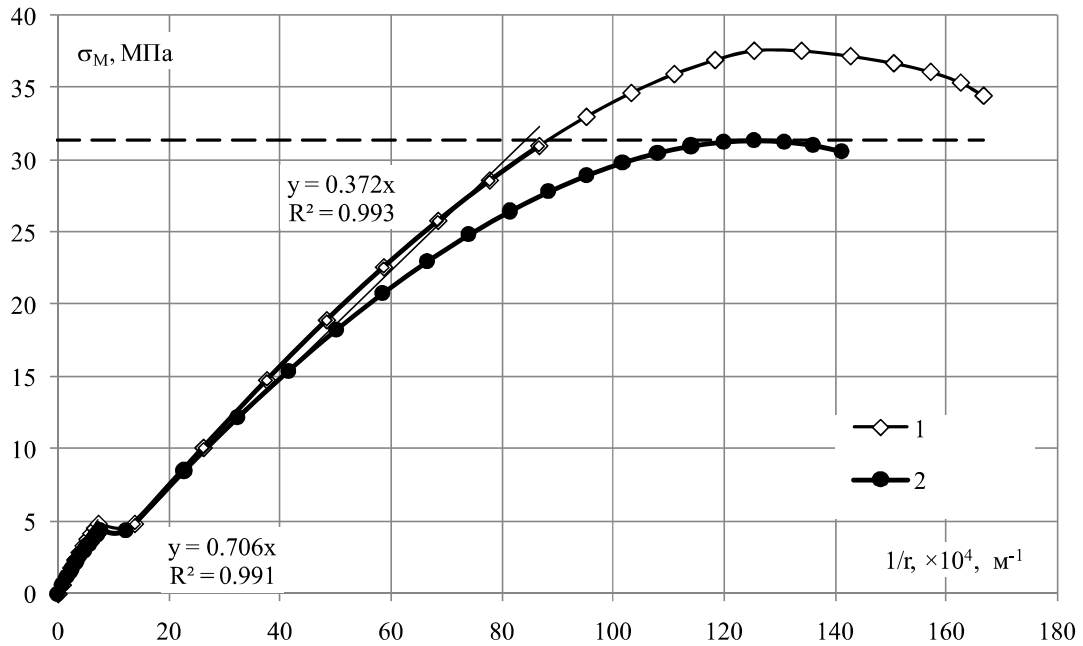


Рис. 4. Апроксимація діаграм стану σ_M-1/r згинального елемента прямокутного перерізу, C20/25, A400, $\rho_{fm}=2,08\%$:

- 1 - Діаграма σ_M-1/r , при експлуатаційних характеристиках матеріалів (cd); 2 - Діаграма σ_M-1/r , при розрахункових характеристиках матеріалів (ck)

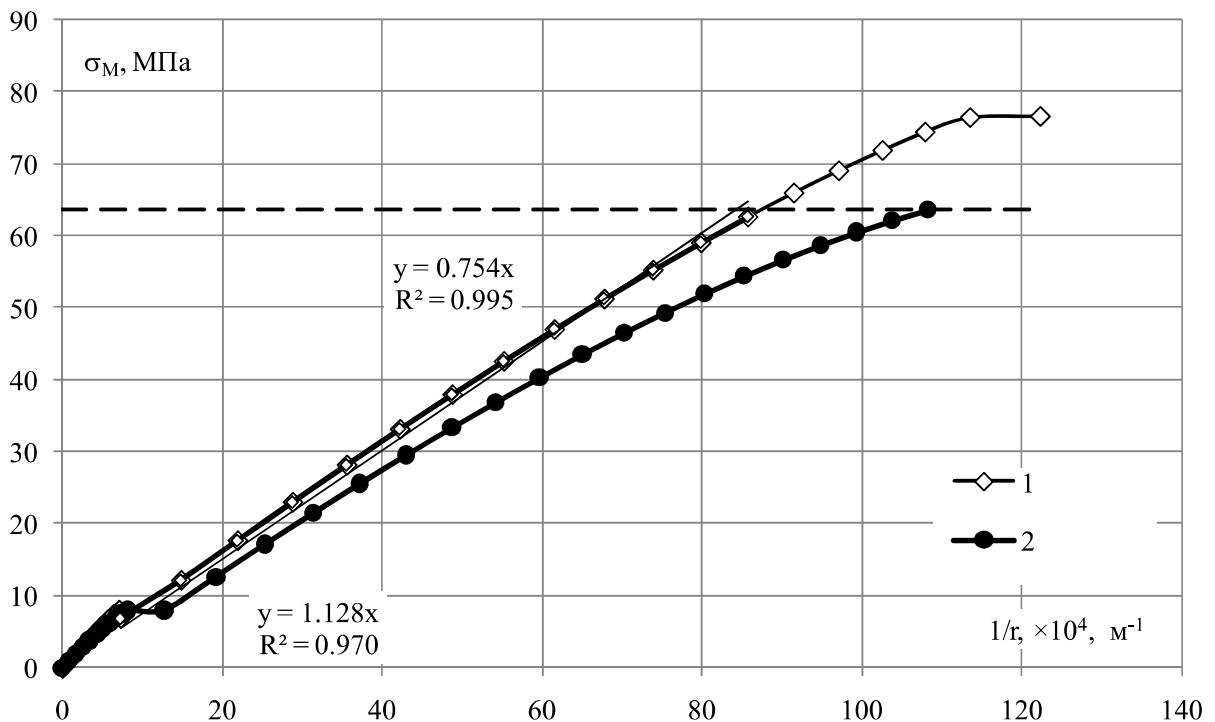


Рис. 5. Апроксимація діаграм стану σ_M-1/r згинального елемента прямокутного перерізу, C50/60, A400, $\rho_{fm}=4\%$: 1. - Діаграма σ_M-1/r , при експлуатаційних характеристиках матеріалів (cd); 2. - Діаграма σ_M-1/r , при розрахункових характеристиках матеріалів (ck)

Твердження про лінійність залежності «Момент-кривина» окрім наведеного вище доводиться також підходом, прийнятим в зарубіжних

нормативних документах. Так, поточний момент інерції I залізобетонного елемента з тріщинами згідно з американськими нормами визначається за формулою [8, 10]:

$$I = I_{cr} + (I_g - I_{cr}) \left(\frac{M_{crc}}{M} \right)^3 \quad (7)$$

де M_{crc} ; M – відповідно момент тріщиноутворення і поточний момент; I_{cr} – момент інерції перерізу перед руйнуванням; I_g – момент інерції бруто, тобто суцільного перерізу. Відповідно жорсткість перерізу визначається як добуток модуля пружності та визначеного за (7) моменту інерції.

Враховуючи відому залежність $1/r = M/EI$, не важко отримати графік залежності кривини $1/r$ від поточного згинального моменту M . На рис. 6 для прикладу показана така залежність для балки з наступними вихідними даними: $I_{cr} = 8109 \text{ см}^3$; $I_g = 33750 \text{ см}^3$; $M_{crc} = 3.37 \text{ кНм}$.

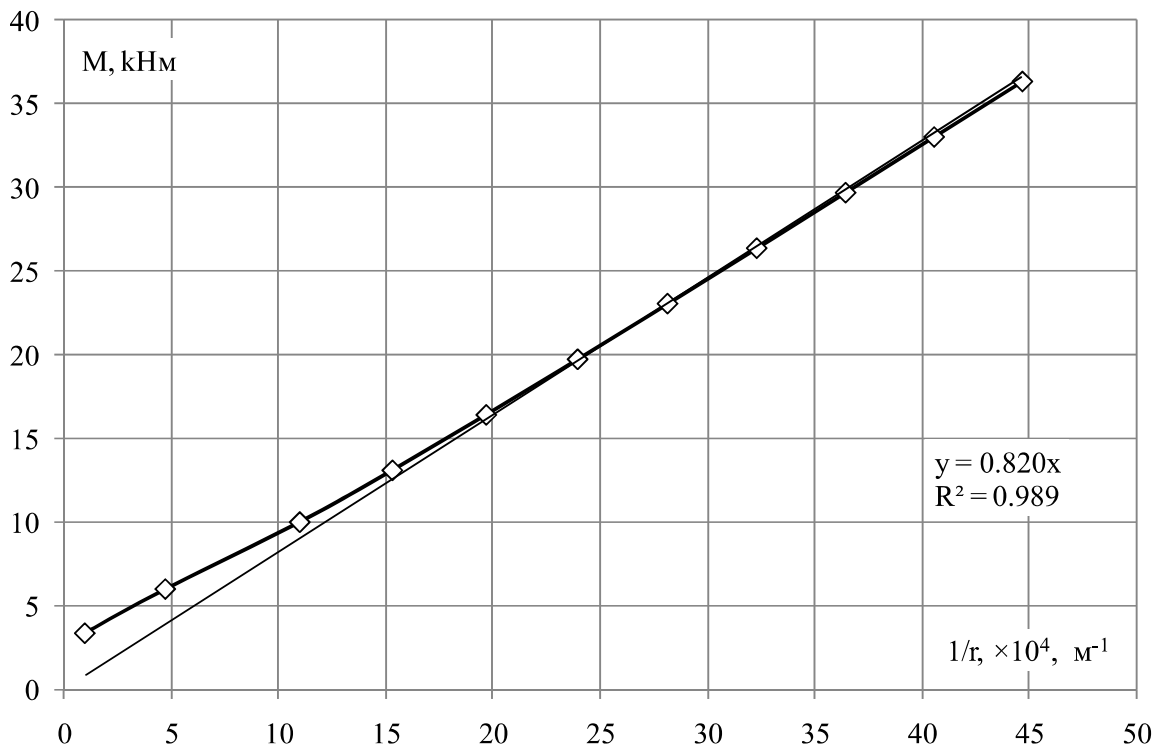


Рис. 6. Залежність «Згинальний момент-кривизна» з використанням формули (7)

Як видно з рисунка 6 залежність “ $M-1/r$ ” є практично лінійною при використанні формули (7), яка наведена в Американських нормах проектування [8]. Таким чином можна констатувати, що в практичних розрахунках бажано використовувати лінійні залежності між згинальним моментом та кривиною залізобетонного елемента на всіх стадіях їх роботи, при чому практично для всіх класів бетону та відсотків армування (див. рис. 3, 4, 5).

При розрахунку балкових залізобетонних елементів застосування вищенаведених пропозицій не потребує додаткових пояснень. Для

розрахунку плитних елементів з врахуванням зміни жорсткості від тріщиноутворення слід навести пояснення. Плитні елементи пропонується розраховувати за трьома методами:

Метод 1. Розрахунок залізобетонних плит, на основі оболонкових скінчених елементів ізотропних плит із приведеною жорсткістю;

Метод 2. Розрахунок залізобетонних плит, на основі оболонкових скінчених елементів ортотропних плит із приведеною жорсткістю;

Метод 2. Розрахунок залізобетонних плит, на основі об'ємних скінчених елементів із приведеною жорсткістю.

Перший метод розрахунку плит необхідно проводити із дотриманням наступних положень:

1. З графіків рис. 3-5 (або подібних ним) отримаємо залежності виду:

$$B_1 = C_1 M ; \quad B_2 = C_2 M, \quad (8)$$

де B_1, B_2 – згинальна жорсткість балочного елемента на ділянках відповідно без тріщин і з тріщинами; M – згинальний момент; C_1, C_2 – константи, отримані з графіків рис. 3-5.

2. Зважаючи на залежність $B=E \cdot I$, визначимо модулі пружності елемента на ділянках без тріщин і з тріщинами:

$$E_1 = \frac{C_1 M}{I} ; \quad E_2 = \frac{C_2 M}{I} \quad (9)$$

3. Прийнемо гіпотезу, що циліндрична жорсткість плити D підкоряється таким же лінійним залежностям (8) як і для балкових елементів. Залежність між циліндричною жорсткістю D та модулем пружності E має відомий вигляд:

$$D = E \cdot \delta^3 / (12(1 - \nu^2)), \quad (10)$$

де δ – товщина плити; ν - коефіцієнт Пуассона.

Зважаючи на (10), в ітераційних розрахунках будемо в кожному скінченому елементі приймати модуль пружності E_1 або E_2 за (9) в залежності від наявності або відсутності тріщин.

4. Величина моменту M в формулах (9) – це величина головного моменту в плиті за напрямком дії головних розтягуючих напружень, який обраховується за відомою формулою теорії плит. При цьому необхідно армування проектувати в напрямку головного моменту.

5. Стосовно величини коефіцієнта Пуассона ν в формулі (10) слід зазначити, що при утворенні тріщин його можна прийняти рівним нулю, як це пропонується в ДБН [6]. Однак, враховуючи, що модуль пружності E_2 є умовною величиною, то вплив величини коефіцієнта Пуассона представляє собою предмет подальших досліджень.

6. Вважаємо, що жорсткість всього скінченого елемента, в якому з'явилася тріщина (за напрямком головного моменту) – є жорсткістю

елемента з тріщиною, з відповідним модулем E_2 .

7. В ітераційних розрахунках, якщо на поточній стадії ітерації в елементі з'явилася тріщина, його жорсткість зменшується і далі на наступній ітерації ця жорсткість не збільшується (див [1]), навіть якщо згинальний момент буде меншим за момент утворення тріщин. Але при цьому крок зовнішніх ітерацій по збільшенню навантаження не повинен бути великим.

Другий метод передбачає визначення значень обох головних моментів: як головного моменту по напрямку розтягуючи напружень, так і головному моменту у перпендикулярному напрямку. Маючи значення двох головних моментів визначаються відповідні їм значення модулів деформацій за (9). Значення коефіцієнтів Пуассона приймається, як для суцільних бетонних плит.

Третій метод полягає, також у визначенні головного моменту та моменту у перпендикулярному напрямку, при цьому використовуються об'ємні скінчені елементи суцільної ортотропної плити. Визначаються значення відповідних модулів деформацій E_1 та E_2 .

Запропонований підхід до проектування залізобетонних плит дозволяє доволі просто і з достатньою точністю враховувати зміну жорсткостей скінчених елементів в результаті утворення тріщин. Його основна перевага полягає в однозначності прийнятих жорсткостей в залежності від наявності або відсутності тріщин.

Висновки і перспективи досліджень.

В більшості розрахунків залізобетонних елементів не слід враховувати низхідну гілку діаграми деформування бетону. Це пов'язано з фактом, що при розрахунку ми не можемо перевищити значення напружень в бетоні величини розрахункового опору. В той же час висхідну гілку діаграми можна вважати лінійною. Залежність «Момент-кривизна» має лінійний характер як на стадії до утворення тріщин, так і при утворенні тріщин. При цьому розрахунки з застосуванням програмних комплексів суттєво спрощуються при практичній відсутності втрати точності. Запропонований підхід до проектування залізобетонних плит з застосуванням методу скінчених елементів передбачає зміну жорсткості скінченого елемента в залежності від наявності чи відсутності тріщин. Причому жорсткість може мати тільки два значення, які апроксимуються лінійними залежностями.

У подальшому передбачається дослідження впливу коефіцієнта Пуассона за наявності тріщин, а також експериментальна перевірка методики.

1. Азізов Т.Н., Кочкар'ов Д.В. Розрахунок залізобетонних статично невизначених систем з врахуванням тріщиноутворення // Вісник національного університету водного господарства та природокористування. Вип. 2(98). – 2022. – С. 39-48.

Azizov T.N., Kochkarov D.V. Rozrakhunok zalizobetonnykh statychno nevyznachenykh system z vrakhuvanniam trishchynoutvorennya // Visnyk natsionalnoho universytetu vodnoho hospodarstva ta pryrodokorystuvannia. Vyp. 2(98). – 2022. – S. 39-48.

2. Бамбура А.М., Гурківський О.Б., Безбожна М.С. Деформаційна модель та алгоритм визначення напружено-деформованого стану розрахункового перерізу залізобетонних елементів// *Строительство, материаловедение, машиностроение: Сб. научн.тр. – Вып. 50. – Днепропетровск:ПГАСА, 2009. – С. 19-25.*

Bambura A.M., Hurkivskiy O.B., Bezbozhna M.S. Deformatsiina model ta alhorytm vyznachennia napruzhenno-deformovanoho stanu rozrakhunkovoho pererizu zalizobetonnykh elementiv// *Stroytelstvo, materyalovedenye, mashynostroenye: Sb. nauchn.tr. – Вып. 50. – Dnepropetrovsk:PHASA, 2009. – S. 19-25.*

3. Барашиков А.Я. Методика розрахунку залізобетонних конструкцій за деформаційною моделлю згідно з проектом нових норм України / А.Я. Барашиков // *Сучасне промислове та цивільне будівництво. – 2005. – № 1. – С. 13 – 18. .*

Barashykov A.Ia. Metodyka rozrakhunku zalizobetonnykh konstruktsii za deformatsiinoiu modelliu zghidno z proektom novykh norm Ukrainy / A.Ia. Barashykov // *Suchasne promyslove ta tsyvilne budivnytstvo. – 2005. – № 1. – S. 13 – 18. .*

4. Карпенко Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами. Стройиздат, 1976. – 208 с.

Karpenko N.Y. Teoryia deformatsiivannya zhelezobetona s treshchynamy. Stroyizdat, 1976. – 208 s.

5. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. ДСТУ Б В.2.6-156:2010. – К.:Мінрегіонбуд, 2010. – 166 с.

Konstruktsiibudyniv i sporud. Betonni ta zalizobetonnikonstruktsii z vazhkoho betonu. DSTU B V.2.6-156:2010. – K.:Minrehionbud, 2010. – 166 s.

6. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. ДБН В.2.6-98:2009. – К.:Мінрегіонбуд, 2011. – 75 с.

Konstruktsiibudyniv i sporud. Betonni ta zalizobetonnikonstruktsii. Osnovni polozhennia. DBN V.2.6-98:2009. – K.:Minrehionbud, 2011. – 75 s.

7. Кочкаръов Д.В. Нелінійний опір залізобетонних елементів і конструкцій силовим впливам. Рівне: О.Зень, 2015- 384 с.

Kochkarov D.V. Neliniinyi opir zalizobetonnykh elementiv i konstruktsii sylovyv vplyvam. Rivne: O.Zen, 2015- 384 s.

8. ACI Committee 435, Deflections of Reinforced Concrete Flexural Members,” *ACI Journal, Proceedings, Vol. 63 No. 6 June 1966, pp. 637–674.*

9. EN 1992: Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings. – Brussels, 2002. – 230 p.

10. James K. Wight, James G. MacGregor. Reinforced Concrete. Mechanics and Design. USA, 2009. – 1157 p.