

**РОЗРАХУНОК НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПІДСИЛЕНИХ ДЕРЕВ'ЯНИХ БАЛОК ПРЯМОКУТНОГО ПЕРЕРІЗУ**

**CALCULATION OF THE STRESSED AND DEFORMED CONDITION OF REINFORCED WOODEN BEAMS OF RECTANGULAR SECTION**

**Гомон П.С.**, к.т.н., доц. (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне), ORCID.ORG /0000-0002-5312-0351, **Савицький В.В.**, к.т.н., доц. (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне), ORCID.ORG /0000-0001-8807-9486, **Поліщук М. В.**, аспірант (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне), ORCID.ORG /0000-0003-1981-8008

**Gomon P.S.**, candidate of technical sciences, associate professor, **Savitskiy V.V.**, candidate of technical sciences, associate professor, **Polishchuk M. V.**, post-graduate student (National University of Water Management and Environmental Engineering, Rivne)

**Проведено теоретичний аналіз напружено-деформованого стану підсиленних дерев'яних балок прямокутного перерізу. Визначені внутрішні зусилля в поперечному перерізі підсиленої балки в стиснутій та розтягнутій зоні від діючого зовнішнього навантаження. Розроблено алгоритм для побудови графіку «момент-кривина» для балок підсиленних в стиснутій та розтягнутій зоні.**

**There are a very large number of different building materials on the market. In Ukraine, we often prefer wood. Wood is one of the most important building materials in Ukraine due to its wide distribution, ease of extraction and processing, unique decorative properties, high strength, rigidity combined with low bulk density. Modern technologies in combination with the peculiarity of the natural properties of wood make it possible to make durable, reliable, modern wooden structures from wood, which capture the beauty and perfection. The popularity of wood using as a structural material is hidden not only in its reliability and strength, but also in such advantages as environmental friendliness. It is known that the most important arguments when choosing a place of residence are safety, environmental friendliness, practicality and convenience. However, taking into account all the positive aspects of wood as a material, it also has disadvantages that significantly limit the range of its use. The disadvantages of wood include the impact of various**

types of fungi and pests that require additional processing costs, light burning, shrinkage of the material, distortion during drying, cracking, as well as heterogeneity in the structure of wood, which affects the reliability and others. The main area of research is to improve wood by composing it with other materials to increase its strength, rigidity and reliability. The article describes the definition of internal forces from external loads. An algorithm for determining the stress-strain state of the wooden reinforced section is constructed. The method of plotting the dependence of the bending moment and the curvature of the cross section is described.

**Ключові слова:**

Деревина, армування, напруження, згин  
Wood, reinforcement, stress, bending

**Вступ.** В наш час на ринку присутні дуже велика кількість різноманітних будівельних матеріалів, проте в зв'язку з природним розташування України, та широким використанням деревини, як природного матеріалу, ми часто надаємо перевагу деревині. В зв'язку з тим, що деревина в Україні має широке поширення, легкість видобутку та обробки, унікальні декоративні властивості, високі показники міцності, жорсткості в поєднанні з малою об'ємною вагою вона стала одним з найважливіших будівельних матеріалів. Сучасні технології в поєднанні з особливістю природних властивостей деревини дають можливість виконувати з деревини довговічні, надійні, сучасні дерев'яні конструкції, що захоплюють красою та досконалістю. Популярність використання деревини як конструктивного матеріалу приховується не тільки в її надійності і міцності, але і в таких перевагах, як екологічність, простота використання. Кожен знає, що одним з найважливіших аргументів при виборі місця проживання є безпека, екологічність, практичність і зручність. Проте, враховуючи всі позитивні сторони деревини, як матеріалу, їй притаманні і недоліки, які значно обмежують діапазон її використання. До недоліків деревини слід віднести вплив різного виду грибків та шкідників, які вимагають додаткових витрат на обробку, легке загоряння, усушка матеріалу, викривлення під час сушіння, розтріскування, а також неоднорідність в структурі деревини, що впливає на коефіцієнти надійності та інші. Тому, одним, чи не основним напрямком досліджень є вдосконалення деревини шляхом композитування її з іншими матеріалами, для збільшення її міцності, жорсткості та надійності. Вивченням цього питання поєднанням деревини з іншими матеріалами описано в роботах [1,2,3,4,5],

**Стан питання та задачі дослідження.** Чинні норми проектування України не встановлюють обмеження по використанню нелінійних діаграм деформування, в тому числі і в перевірці несучої здатності згинальних

елементів, а саме поперечних перерізів. Проте, дуже часто згинальний момент, який сприймає поперечний переріз описуються напруженнями які визначаються прямо пропорційно навантаженню, що змінюються за лінійним законом по висоті перерізу і в цьому випадку для розрахунку прийнята трикутна епюра напружень для деревини, як в розтягнутій, так і в стиснутій зоні згинального елемента. Враховуючи вище сказане, неможливо передбачити поведінку деревини в за критичних станах, а також детально проаналізувати роботу деревини. Також ігнорується основна властивість анізотропії деревини – міцність за розтягу вздовж волокон в два рази перевищує міцність на стиск і що за однакових значень відносних деформацій напруження стиску і напруження розтягу різні починаючи від початку навантаження і до руйнування. Тому слід використовувати пружно-пластичні діаграми деревини в розрахунках напружено-деформованого стану, які були описані в роботах [6,7,8,9,10]. Саме підхід з використанням апроксимуючих функцій у визначенні напружено-деформованого стану деревини підсиленого дерев'яного елемента описаний в даній статті.

#### **Теоретичні передумови підсилення згинальних дерев'яних елементів.**

До основних передумов для визначення напружено-деформованого стану згинального дерев'яного елемента підсиленого в стиснутій та розтягнутій зоні можна віднести використання опису деформування деревини та елементів підсилення шляхом застосування функцій нелінійної залежності відносних деформацій від прикладеного навантаження [6],[7]. Найчастіше описання даних функцій отримують шляхом випробування деревини відповідно на стиск або розтяг за «м'яким» режимом прикладення навантаження. Ми ж пропонуємо вирисовувати лише залежності отримані за «жорсткого» прикладення навантаження, а саме діаграми, які отримані на машинах з контролем постійного приросту деформування зразків в часі.

$$u_c = f_c(\sigma_c), u_t = f_t(\sigma_t) \quad (1), (2)$$

В подальшому в наших розрахунках використовуємо залежності, які апроксимують діаграми деревини отримані за «жорсткого» режиму випробування. Запишемо, як довільні функції залежності напружень від деформацій [3],[4].

$$\sigma_c = f_c(u_c), \sigma_t = f_t(u_t) \quad (3), (4)$$

В принципі, для деревини функції [3],[4], можна спростити в одну неперервну функцію [5]. Загальний вигляд для деревини (сосна) зображений на Рис. 1:

$$\sigma_w = f_w(u_w) \quad (5)$$

Якщо, в загальному, проаналізувати трансформацію функцію залежності напружень від деформацій деревини, то можна побачити, що функція не є неперервною. Функція починається в точці де деревина зазнає розриву при розтягу та має точку екстремуму функції при навантаженні на стиск. Саме такі особливості деревини, суттєво впливають на напружено-деформований

стан в розрахунковому поперечному перерізі за сумісної роботи на поперечний згин.

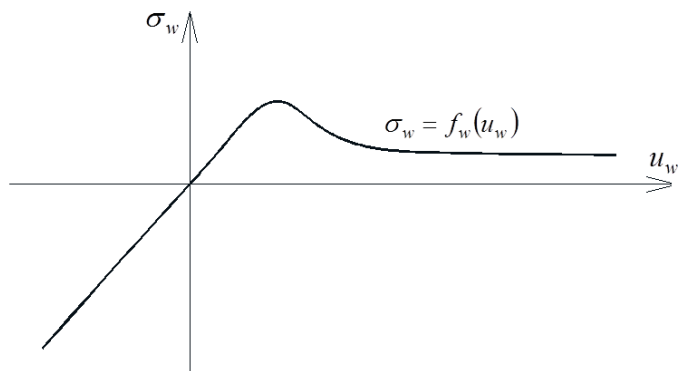


Рис. 1. Усереднений вигляд деформування діаграми деревини.

**Напружено-деформований стан підсилених згинальних дерев'яних елементів.** Розглянемо дерев'яний згинальний елемент з підсиленням в стиснутій та розтягнутій зоні (рис. 2), який схожий до стану описаному в роботах [11,12] де досліджувався напружено-деформований стан деревини без підсилення.

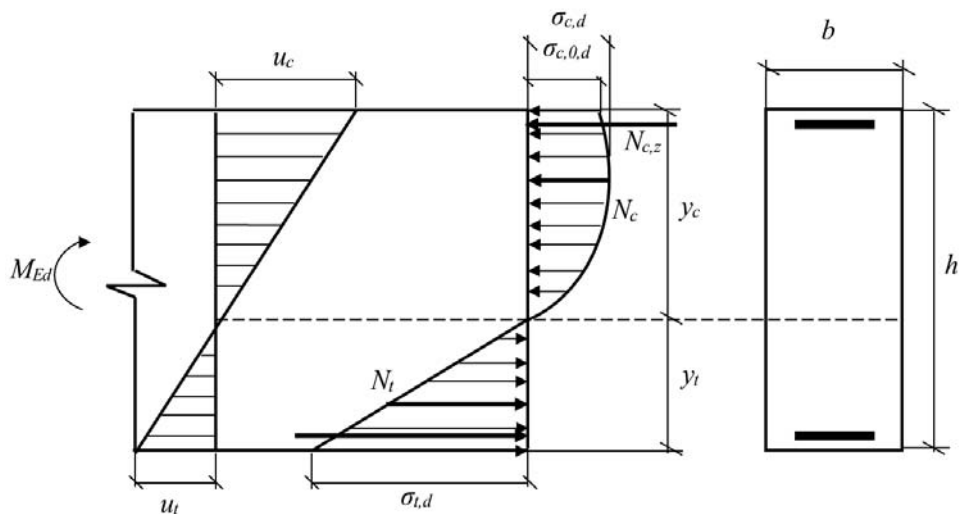


Рис. 2. Розрахунковий підсилений поперечний переріз елемента з деревини за прямокутної форми, відносні деформації та внутрішні зусилля

За фіксованих значень висоти стиснутої зони та розтягнутої  $y_c$ ,  $y_t$  деформації крайнього стиснутого волокна деревини –  $u_c = u_{c,d}$ ,

деформації крайнього розтягнутого шару деревини –  $u_t = u_{t,d}$ , рівняння рівноваги зовнішніх і внутрішніх зусиль в нормальному перерізі мають вигляд:

$$\sum M_{н.л.} = 0; \quad M_{Ed} = M_{c,w} + M_{t,w} + M_{c,z} + M_{t,z}; \quad (6, 7)$$

$$\sum N = 0; \quad N_{c,d} + N_{c,z} = N_{t,d} + N_{t,z}, \quad (8)$$

де  $M_{c,z}$  і  $M_{t,z}$  – згинальні моменти, які виникають від дії зовнішнього моменту  $M_{Ed}$ , в підсилених стиснутій та розтягнутій зонах;  $M_{c,d}$  і  $M_{t,d}$  – згинальні моменти, які виникають від дії зовнішнього моменту  $M_{Ed}$ , відповідно у стиснутій та розтягнутій деревині;  $N_{c,d}$  і  $N_{t,d}$  – рівнодіючі внутрішніх зусиль у стиснутій та розтягнутій зонах деревини;  $N_{c,z}$  і  $N_{t,z}$  – рівнодіючі внутрішніх зусиль у стиснутій та розтягнутій зонах поперечного перерізу.

Напруження, які виникають в нормальному перерізі згинального елемента, описуємо двома функціями:

1) перша функція є прямолінійною та описує напруження в розтягнутій зоні дерев'яного елемента і діє в межах від 0 до  $y_t$ ;

$$\sigma_{t,d} = f_t(u) = E_{0,05} \cdot u_{t,d}, \quad (9)$$

де  $E_{0,05}$  – модуль пружності деревини за дії розтягу матеріалу за 5% квантілю;  $u_{t,d}$  – відносні деформації за дії розтягу деревини;

2) друга функція описує напруження, що виникають на ділянці стиснутої зони дерев'яного елемента в межах від 0 до  $y_c$  є криволінійною:

$$\sigma_{c,d} = f_2(u) = k_1 u_{c,d} + k_c u_{c,d}^2, \quad (10)$$

де  $k_1, k_c$  – коефіцієнти поліному, пропонується визначати за виразами:

$$k_1 = \frac{2 f_{c,o,d}}{u_{c,fin,d}}; \quad k_c = -\frac{f_{c,o,d}}{u_{c,fin,d}^2}. \quad (11), (12)$$

де  $f_{c,o,d}$  – розрахункове значення міцності деревини за стиску вздовж волокон;  $u_{c,fin,d}$  – повні відносні деформації за осьового стиску деревини вздовж волокон. Зусилля розтягу в даному перерізі буде дорівнювати:

$$N_{t,d} = b \int_0^{y_t} f_1(u) dy = b \int_0^{u_{t,d,1}} E u \frac{y_t}{u_{t,d,1}} du = \frac{1}{2} b y_t E u_{t,d,1}, \quad (13)$$

де  $dy = \frac{y_t}{u_{t,d,1}} du$ . Зусилля стиску в даному перерізі визначаються:

$$N_{c,d} = b \int_0^{y_c} f_2(u) dy = b \int_0^{u_{c,d,1}} (k_1 u + k_c u^2) \frac{y_c}{u_{c,d,1}} du = b y_c \left( \frac{k_1 u_{c,d,1}}{2} + \frac{k_c u_{c,d,1}^2}{3} \right), \quad (14)$$

де  $dy = \frac{y_c}{u_{c,d,1}} du$ .

Згинальний момент від нейтральної лінії для розтягнутої зони в даному перерізі буде дорівнювати:

$$M_{t,d} = b \int_0^{y_t} y \cdot f_1(u) dy = b \int_0^{u_{t,d,1}} E u^2 \frac{y_t^2}{u_{t,d,1}^2} du = \frac{1}{3} b y_t^2 E u_{t,d,1}; \quad (15)$$

де  $dy = \frac{y_t}{u_{t,d,1}} du$ ,  $y = \frac{y_t}{u_{t,d,1}} u$

Згинальний момент від нейтральної лінії для стиснутої зони в даному перерізі визначається:

$$M_{c,d} = b \int_0^{y_c} y \cdot f_2(u) dy = b \int_0^{u_{c,d,1}} (k_1 u^2 + k_c u^3) \frac{y_c^2}{u_{c,d,1}^2} du = b y_c^2 \left( \frac{k_1 u_{c,d,1}}{3} + \frac{k_c u_{c,d,1}^2}{4} \right) \quad (16)$$

де  $dy = \frac{y_c}{u_{c,d,1}} du$ ,  $y = \frac{y_c}{u_{c,d,1}} u$ .

Значення внутрішніх зусиль що сприймає підсилення в стиснутій зоні та розтягнутій буде рівним:

$$N_{c,z} = A_{c,z} E_{c,z} u_{c,z}, \quad N_{t,z} = A_{t,z} E_{t,z} u_{t,z} \quad (17,18)$$

де  $A_{c,z}, A_{t,z}$  – площа поперечного перізу елементів підсилення відповідно стиснутого та розтягнутого;  $E_{c,z}, E_{t,z}$  – модулі пружності елементів підсилення відповідно стиснутого та розтягнутого;  $u_{c,z}, u_{t,z}$  – відносні деформації в підсиленних елементах.

Значення згинального моменту в стиснутій зоні та розтягнутій буде рівним:

$$M_{c,z} = N_{c,z} y_{c,z} = A_{c,z} E_{c,z} u_{c,z} y_{c,z}, \quad M_{t,z} = N_{t,z} y_{t,z} = A_{t,z} E_{t,z} u_{t,z} y_{t,z} \quad (19,20)$$

де  $y_{c,z}, y_{t,z}$  - відстань від нейтральної лінії до сили, яку сприймає елементи підсилення відповідно стиснутого та розтягнутого;

Розрахунок дерев'яної балки слід виконувати шляхом побудови графіку «момент–кривина». Алгоритм для побудови графіку наведений на рис. 3.

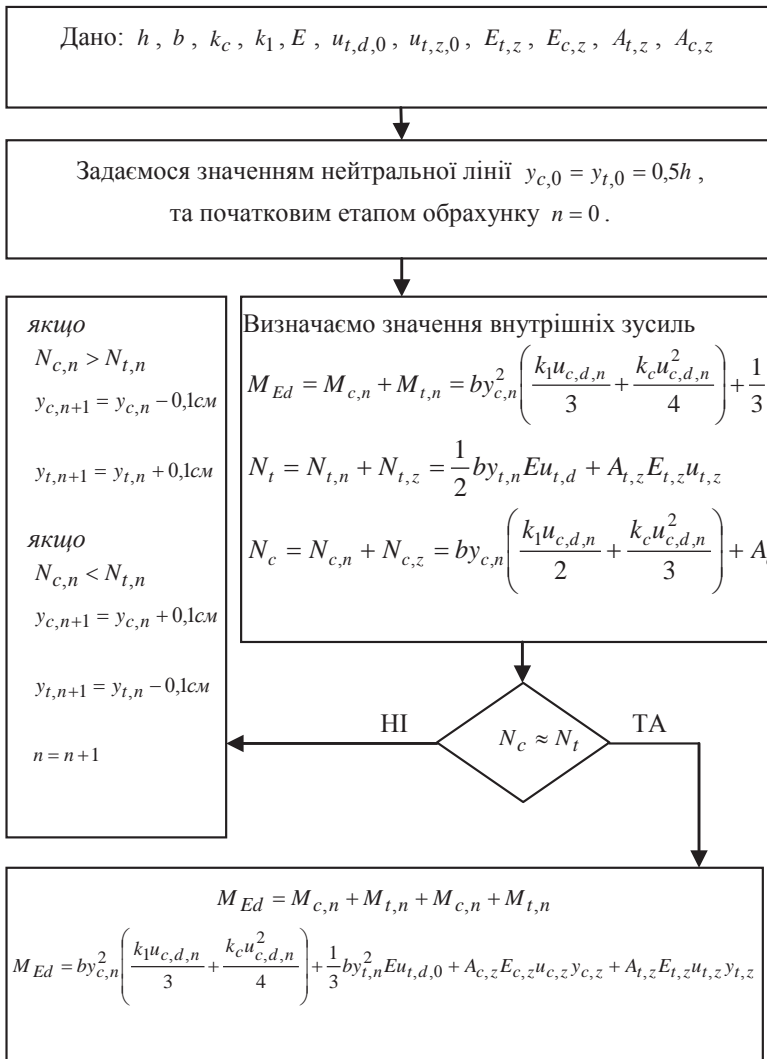


Рис. 3. Алгоритм для побудови графіку «момент–кривина» для підсиленого дерев'яного елемента

**Висновки.** 1. Розроблено алгоритм визначення напружено-деформованого стану підсилених згинальних елементів з деревини з використанням деформаційно-силової моделі. 2. Запропонована методика визначення напружено-деформованого стану дозволяє спрогнозувати їх роботу та побудувати графік “момент-кривина”, який в подальшому можна використати для визначення прогинів та несучої здатності.

1. Башинський О. І. Несуча здатність та вогнестійкість дерев'яних балок армованих зовнішньою стрічковою арматурою / О.І. Башинський, Т.Б. Боднарчук, М.З. Пелешко // Вісник Львівського державного університету безпеки життєдіяльності. – 2014. – №9. – С. 184-189.

Bashynskiy O. I. Nesucha zdatnist ta vohnestiikist derevianykh balok armovanykh zovnishnoiui strichkovoioi armaturoioi / O.I. Bashynskiy, T.B. Bodnarchuk, M.Z. Peleshko // Visnyk Lvivskoho derzhavnoho universytetu bezpeky zhyttiediialnosti. – 2014. – №9. – S. 184-189.

2. Рощина С. И. Армирование – эффективное средство повышения надежности и долговечности деревянных конструкций/ С. И. Рощина // Лесной журнал. – 2008. – №2. – С. 71-74.

Roshchyna S. Y. Armyrovanye – efektyvnoe sredstvo povysheniya nadezhnosity y dolhovechnosity dereviannykh konstruktsiyi/ S. Y. Roshchyna // Lesnoi zhurnal. – 2008. – №2. – S. 71-74.

3. Basterra, L.A.; Balmori, J.A.; Morillas, L.; Acuña, L.; Casado, M. Internal reinforcement of laminated duo beams of low-grade timber with GFRP sheets. Constr. Build. Mater. 2017, 154, 914–920.

4. Rajczyk, M.; Jończyk, D. Behavior of glulam beams strengthened with BFRP bars. Mater. Sci. Eng. 2019, 603.

5. Yahyaei-Moayyed, M.; Taheri, F. Experimental and computational investigations into creep response of AFRP reinforced timber beams. Compos. Struct. 2011, 93, 616–628.

6. Гомон С.С., Гомон П.С. Побудова дійсних діаграм механічного стану деревини « $\sigma$ - $u$ » суцільного перерізу ялини та берези за жорсткого режиму випробувань. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Рівне: НУВГП, 2020. Вип. 38. С. 321-330.

Homon S.S., Homon P.S. Pobudova diisnykh diahram mekhanichnoho stanu derevyny « $\sigma$ - $u$ » sutsilnoho pererizu yalyny ta berezy za zhorstkoho rezhymu vyprobuvan. Resursoekonomni materialy, konstruktsii, budivli ta sporudy. Rivne: NUVHP, 2020. Vyp. 38. S. 321-330.

7. Гомон С.С., Гомон П.С., Верешко О.В. До визначення критичних деформацій хвойних та листяних порід деревини. Містобудування та територіальне планування. Київ: КНУБА, 2020. Вип. 73. С. 78-87.

Homon S.S., Homon P.S., Vereshko O.V. Do vyznachennia krytychnykh deformatsii khvoynykh ta lystianykh porid derevyny. Mistobuduvannia ta terytorialne planuvannia. Kyiv: KNUBA, 2020. Vyp. 73. S. 78-87.

8. Sobczak-Piątka J., Gomon S.S., Polishchuk M., Homon S., Gomon P., Karavan V. Deformability of Glued Laminated Beams with Combined Reinforcement. Buildings 2020, 10, 92.

9. Gomon S., Gomon S., Gomon P., Shkirenko S. The Basis of the Deformation Method for Calculating of Elements from Wood under Cross-Section Bending. International Journal of Engineering & Technology. 2018. Vol.7 (4.8). P. 109-114.

10. Гомон С.С., Гомон П.С., Гомон С.С. Універсальний метод визначення напружень в стиснутій зоні дерев'яних балок прямокутної форми на основі їх деформування. Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences. Budapest, 2020 Feb. VIII(27). Issue: 224. P. 10-12.

Homon S.S., Homon P.S., Homon S.S. Universalnyi metod vyznachennia napruzhen v stysnutii zoni derevianykh balok priamokutnoi formy na osnovi yikh deformuvannia.