

# ДОСЛІДЖЕННЯ, ПРОЕКТУВАННЯ ТА ЗАПРОВАДЖЕННЯ РЕСУРСОЕКОНОМНИХ КОНСТРУКЦІЙ, БУДІВЕЛЬ ТА СПОРУД

УДК 624.012: 699.841

## КРУТИЛЬНА ЖОРСТКІСТЬ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ З ПОЛИЩЕЮ В РОЗТЯГНЕНІЙ ЗОНІ ЗА НАЯВНОСТІ НОРМАЛЬНИХ ТРІЩИН

## TORSIONAL STIFFNESS OF REINFORCED CONCRETE ELEMENTS WITH NORMAL CRACKS, WHICH HAS AN INVERTED T-BEAM SECTION

Азізов Т.Н., д.т.н., проф. Orcid[0000-0001-9621-9805] (Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини).

Перейрас Роландо Orcid[0000-0001-7845-3382] (Інжнірінгова група Джейкобс, Нью-Йорк, США)

TaliatAzizov, Doctor of Engineering, Professor, (Pavlo Tychyna Uman State Pedagogical University, Ukraine)

Rolando Pereiras (Jacobs Engineering Group, New York, USA)

Запропонована методика визначення крутильної жорсткості залізобетонних елементів з нормальними тріщинами, в яких полка знаходиться в розтягнутій від згину зоні. Показана можливість розрахунку з будь якою кількістю стрижнів поздовжньої арматури. При цьому враховано жорсткість не тільки чистого кручення, а й жорсткість за рахунок зсуву стиснутої від згину зони.

The paper presents a method for determining the torsional stiffness of reinforced concrete elements with the flange in the tension zone with the presence of normal cracks. The formation of these cracks leads to bending and torsional stiffness's changes, which significantly influences the loads redistribution in statically indeterminate systems, examples of these include floors, bridge girders, crossbeam systems in framed foundations. It is shown that the change in bending stiffness's as a result of cracks formation has been studied quite fully, and the effect of cracks on the changes in torsional stiffness's on bar (axial) elements is less understood. It is shown that the overwhelming majority of studies related to torsion in reinforced concrete are dedicated to the investigation of spatial cracks. However, there is a large class of structures, the elements of which, only experience normal cracks, for which not only bending loads, but also significant torsional loads are present.

Crossbeam systems also belong to this class of structures. The torsional stiffness of reinforced concrete elements with normal cracks has been studied for elements of various profiles. With respect to this the loading of T-elements with the flange in the tension zone has not been fully studied. Such sections are characteristic of the beams of frame foundations, in which the flange is located in the lower part. The main features to calculate such elements are presented, including that fact that the longitudinal reinforcement in the crack area is outside of the concrete compressed zone. Formulas for determining the torsional stiffness of all components in the section are provided. It is shown that the torsional load is taken by the pure torsion of the section's compressed zone due to bending and the longitudinal reinforcement, as well as due to the shear of the same elements with respect to the shear center. Moreover, the shear of the compressed zone due to bending was taken into account not only in the horizontal, but also in the vertical direction, which differs from the earlier works published by the authors. A method for determining the torsional stiffness for any number of longitudinal reinforcement in the section is also provided.

**Ключові слова:** кручение, тавровый элемент, крутильная жесткость, железобетонный элемент, нормальная трещина  
torsion, tee element, torsional stiffness, reinforced concrete element, normal crack

**Аналіз досліджень і постановка задачі.** Статично невизначені системи, в яких виникають згинальні і крутні моменти, досить широко поширені в будівництві. Багатьма публікаціями встановлено, що крутильна жорсткість впливає на перерозподіл зусиль у статично невизначених системах [3-5]. До таких конструкцій відносяться перекриття, каркаси будівель, системи перехресних балок, мостові балки та ін. Система із залізобетонних перехресних балок використовується в рамних фундаментах, які можуть бути оперті на палі або просто лежати на ґрунті. В елементах таких конструкцій виникають не тільки згинальні, а й суттєві крутні моменти. Крім того, в них утворюються, як правило, тільки нормальні тріщини.

Відомо, що утворення тріщин призводить до зміни згинальних і крутильних жорсткостей, що в свою чергу впливає на перерозподіл зусиль у статично невизначених системах, до яких відносяться також і системи перехресних балок. Зміна згинальних жорсткостей в результаті утворення тріщин в даний момент вивчена досить повно. У той же час, вплив тріщиноутворення на зміну крутильних жорсткостей стрижневих елементів мало вивчено. Переважна більшість робіт, пов'язаних з крутінням в залізобетоні, присвячена розгляду просторових тріщин [6, 7, 12-15]. Однак є великий клас конструкцій, в елементах яких утворюються тільки нормальні тріщини, але при цьому в них діють не тільки згинальні, а й суттєві крутні моменти. До такого класу конструкцій відносяться і системи перехресних балок.

Дослідженню крутильних жорсткостей залізобетонних елементів з нормальними тріщинами присвячені роботи авторів цієї статті [1, 2, 10, 11], а також робота Н.А. Красіна [8]. При цьому розглянуті елементи різного перетину: прямокутного, таврового, двотаврового, коробчастого, полоого трикутного видів. Однак, рамні фундаменти як правило мають вигляд тавра з полицею внизу. Це пов'язано з тим, що підшва фундаменту з системи перехресних балок має значно більшу ширину перетину в порівнянні з верхньою частиною балки. У таких конструкціях полка тавра може бути як в стиснутій зоні (на опорі, в місці розташування палі), так і в розтягнутій зоні (в прольоті). Якщо крутильна жорсткість таврового елемента з полицею в стиснутій зоні досліджена [2], то крутильна жорсткість елемента з полицею в розтягнутій зоні не вивчена, тому що в цьому випадку є особливості роботи конструкції. До цих особливостей відноситься в першу чергу факт, що поздовжня арматура, що потрапила в тріщину, знаходиться за межами ширини стиснутої зони бетону. З огляду на те, що поздовжня арматура грає важливу роль в сприйнятті зовнішнього крутного моменту в перерізі з нормальною тріщиною, ця особливість має бути врахована в розрахунках.

У зв'язку з вищесказаним метою цієї статті є розробка методики розрахунку жорсткості при крученні залізобетонного елемента з полицею в розтягнутій зоні за наявності в ньому нормальних тріщин.

#### **Викладення основного матеріалу.**

Розглянемо тавровий елемент з полицею в розтягнутій зоні з нормальною тріщиною. Можливо два випадки розташування нормальної тріщини. Перший випадок (рис. 1) - тріщина знаходиться в межах розтягнутої полки.

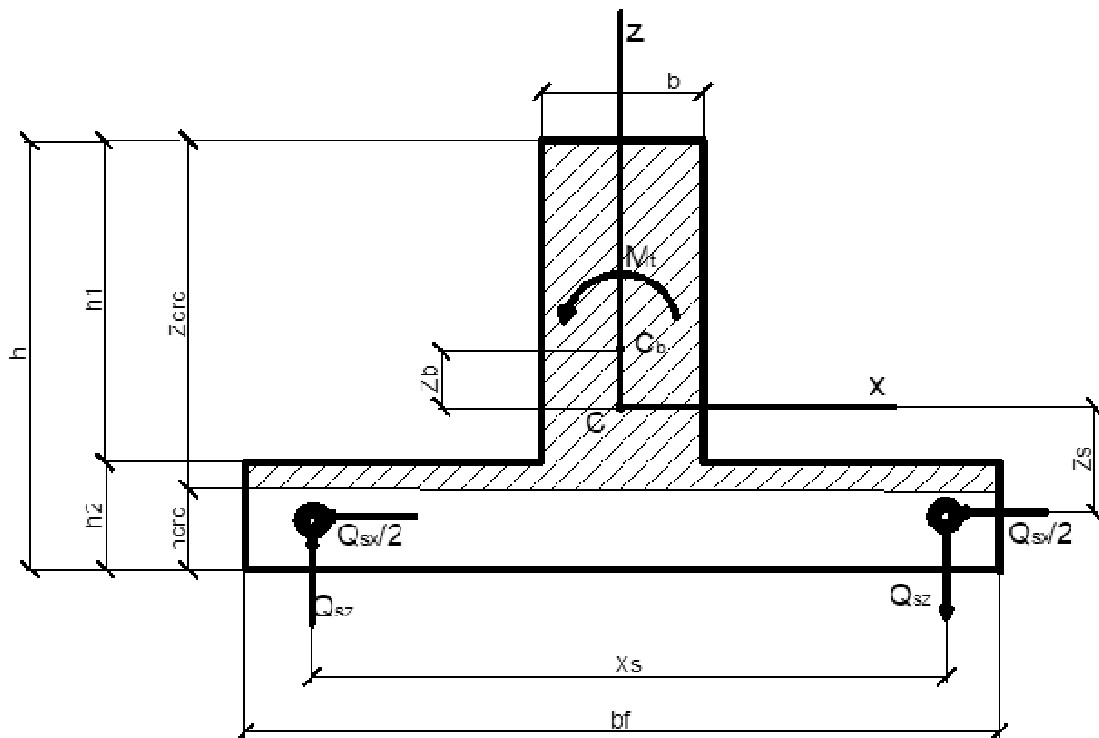


Рис. 1. Тавровий елемент з полкою в розтягнутій зоні. Випадок, коли нормальна тріщина в межах полки

Другий випадок (рис 2) - тріщина повністю перетинає полку і знаходиться у верхній частині (ребрі таврового перерізу).

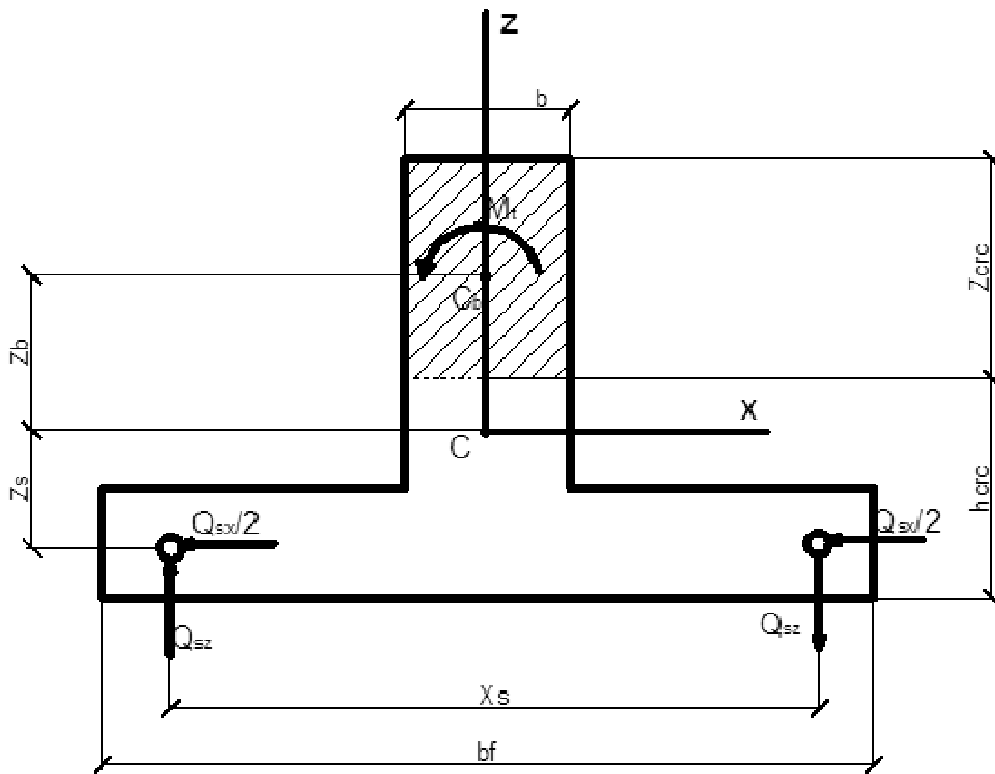


Рис. 2. Тавровий елемент з полкою в розтягнутій зоні. Випадок, коли нормальна тріщина в ребрі

Найбільш ймовірним є другий випадок, тому що полка як правило має значно меншу висоту, ніж вся балка. Однак, слід розглянути і можливий варіант, коли тріщина знаходиться в межах полки тавра. На рисунках 1 та 2 показано два стержня арматури. Особливості, пов'язані з наявністю декількох стрижнів арматури будуть описані нижче.

Слідуючи методиці [10], будемо вважати, що крутний момент в перерізі сприймається за рахунок декількох компонентів: чисте крутіння стиснутої від згину зони (зони бетону без тріщин); чистого кручення арматурних стержнів, а також за рахунок зсувного крутіння стиснутої зони бетону та арматурних стержнів щодо центру кручення перерізу з тріщиною. Центр крутіння по осі  $X$ , зважаючи на симетрію перетину, знаходиться в середині ширини перерізу. Положення центру кручення по осі  $Z$  не важко визначається за формулами опору матеріалів [10]. Причому цей центр може знаходитися як в межах стиснутої зони бетону, так і поза нею.

Як видно з рис. 1 та 2 вертикальна складова  $Q_{sz}$  нагельних сил в поздовжній арматурі знаходиться за межами ширини верхньої частини перерізу (за межами ширини вребра тавра).

Розглянемо окремо всі складові крутильної жорсткості. Жорсткість чистого кручення арматурних стержнів обчислюється за відомою формулою опору матеріалів [9]:

$$GJ_s = \sum_{i=1}^n G_s J_{s,i} \quad (1)$$

де  $J_{s,i}$  – момент інерції крутіння одного арматурного стержня;  $G_s$  - модуль зсуву арматури.

Жорсткість чистого кручення зони бетону без тріщин (заштрихована частина на рис. 1 та 2) також визначається за формулами опору матеріалів. Причому у другому випадку (див. рис. 2) - це жорсткість прямокутника шириною  $b$  і висотою  $Z_{crc}$ . У першому випадку (див. рис. 1) - це сума жорсткостей прямокутника шириною  $b$  і висотою  $h_1$  та прямокутника шириною  $b_f$  і висотою  $h_2 - h_{crc}$ .

Крім чистого кручення зовнішньому моменту  $M_t$  перерізопирається за рахунок зсувного кручення бетону і арматурних стержнів. Жорсткість зсувного крутіння арматурних стержнів, слідуючи [10], визначиться з виразу (в випадку двох арматурних стержнів):

$$GJ_{s,x} = 2 \cdot G_s A_s Z_s^2; GJ_{s,z} = G_s A_s X_s^2 / 2 \quad (2)$$

де  $GJ_{s,x}$  і  $GJ_{s,z}$  – жорсткості в результаті зсуву арматурних стержнів відповідно по осі  $X$  і  $Z$ .

Жорсткість  $GJ_{b,x}$  в результаті зсуву зони бетону без тріщин по осі  $X$  визначиться за виразом подібно з [10]:

$$GJ_{b,x} = G_b A_{crc} Z_b^2 \quad (3)$$

де  $G_b$  – модуль зсуву бетону;  $A_{crc}$  – площа бетону стиснутої зони (площа заштрихованої частини на рис. 1 та 2);  $Z_b$  - відстань від центру кручення до центра ваги стисненого бетону.

Жорсткість  $GJ_{b,z}$  в результаті зсуву зони бетону без тріщин по осі  $Z$  може бути визначена за [10] як сума жорсткостей елементарних прямокутників, на які розділена заштрихована частина. При прагненні кількості таких прямокутників до нескінченності ця сума буде дорівнювати інтегралу, значення якого для випадку за рис. 2 дорівнюватиме:

$$GJ_{b,z} = G_b Z_{crc} b^3 / 12 \quad (4)$$

У випадку за рис. 1 жорсткість від зсуву в вертикальному напрямку визначиться за аналогічною формулою, але з урахуванням наявності двох прямокутників:

$$GJ_{b,z} = G_b \left( \frac{h_1 b^3}{12} + \frac{(h_2 - h_{crc}) b_f^3}{12} \right) \quad (5)$$

Слід зробити одне важливе зауваження. Хоча центр крутіння по осі  $X$  знаходиться в середині ширини перерізу, складову  $GJ_{b,z}$  від зсуву в вертикальному напрямку слід враховувати, тому що центр крутіння не

збігається з центром ваги стиснутої зони бетону. Дійсно, якщо розглянути поворот прямокутника висотою  $Z_{\text{crc}}$  і шириною  $b$  на рис. 2 щодо центру кручення  $S$ , що знаходиться нижче границі цього прямокутника, то цей поворот буде містити не тільки горизонтальні, але і вертикальні переміщення. Цей факт, перевірений авторами шляхом порівняння розрахунків за запропонованою методикою з розрахунками за програмою Ліра із застосуванням об'ємних скінчених елементів, є істотним. Так, якщо розглянути елемент прямокутного перетину з нормальною тріщиною, то не врахування складової  $GJ_{b,z}$  призводить до помилки 10-25% в залежності від висоти  $Z_{\text{crc}}$ .

Знаючи всі складові крутильної жорсткості елемента, не важко визначити частку зовнішнього крутного моменту, яка сприймається кожною з цих складових. Так, наприклад, крутні моменти, що сприймаються за рахунок зсуву арматури в горизонтальному і вертикальному напрямках, дорівнюватимуть:

$$M_{s,x} = \theta \cdot GJ_{s,x}; \quad M_{s,z} = \theta \cdot GJ_{s,z} \quad (6)$$

де  $\theta$  – відносний кут повороту.

Сума всіх складових моментів буде дорівнювати зовнішньому крутному моменту  $M_t$ .

Знаючи крутні моменти  $M_{sx}$  і  $M_{sz}$ , які сприймаються за рахунок нагельних сил в арматурі, не важко визначити ці нагельні сили  $Q_{sx}$  та  $Q_{sz}$ . Після визначення нагельних сил в арматурі легко визначити переміщення в тріщині і далі крутильну жорсткість елемента в тріщині за методикою авторів [11].

За наявності декількох стрижнів поздовжньої арматури крутильна жорсткість від зсуву цих стрижнів буде дорівнювати сумі жорсткостей кожного з них. Нехай в перетині є  $n$  арматурних стержнів. Перетин кожного стержня  $A_{s,i}$ . Позначимо відстані кожного  $i$ -того стержня до центру крутіння по осі  $X$  через  $X_{s,i}$ , а по осі  $Z$  через  $Z_{s,i}$ . Тоді, використовуючи вище прийнятий підхід, жорсткості зсувного крутіння будуть визначатися за формулами:

$$GJ_{sx,i} = G_s A_{s,i} Z_{s,i}^2; \quad GJ_{sz,i} = G_s A_{s,i} X_{s,i}^2 \quad (7)$$

де, як було зазначено вище,  $X_{s,i}$  та  $Z_{s,i}$  - відстані від осі  $i$ -того арматурного стержня до центру кручення відповідно по осі  $X$  і по осі  $Z$ .

Відповідно крутні моменти, що сприймаються кожним арматурним стержнем:

$$M_{sx,i} = \theta \cdot GJ_{sx,i}; \quad M_{sz,i} = \theta \cdot GJ_{sz,i} \quad (8)$$

Нагельні сили  $Q_{sx,i}$  в напрямку осі  $X$ , а також сили  $Q_{sz,i}$  в напрямку осі  $Z$  визначаються з очевидних формул:

$$Q_{sx,i} = \frac{M_{sx,i}}{Z_{s,i}}; \quad Q_{sz,i} = \frac{M_{sz,i}}{X_{s,i}} \quad (9)$$

Слід зазначити, що всі вищенаведені викладки були зроблені без урахування зминання бетону під арматурним стержнем. Відомо, що в результаті зминання податливість арматурного стержня в поперечному напрямку більша. Це слід враховувати шляхом введення коефіцієнта  $K_{nag}$  за методикою [1].

Запропонований метод має досить високу точність і в той же час є простим, що дозволяє розраховувати конструкції без застосування складних програмних комплексів. Для порівняння нижче наведені дані розрахунку балки прямокутного перерізу з двома стрижнями поздовжньої арматури. Розрахунки виконані за запропонованою вище методикою і в програмі Ліра-САПР з використанням об'ємних скінчених елементів. Параметри елемента наступні: модуль деформацій бетону  $E_b=25000$  МПа; модуль зсуву бетону  $G_b=10000$  МПа; модуль деформацій і зсуву арматури  $E_s=200000$  МПа;  $G_s=80000$  МПа; переріз балки  $b \times h=100 \times 200$  мм; зовнішній крутний момент  $M_t=1000$  Н\*м.  $K_{nag}=1$ . Варіюється висота нормальної тріщини  $h_{cr}$ .

Таблиця 1

Порівняння розрахунків за запропонованою методикою і в ПК Ліра-САПР з використанням об'ємних скінчених елементів

$h_{cr}$ (мм)	Ліра-САПР (об'ємніСЭ)		Теорія			
			Без врахування $Q_{bz}$		З врахуванням $Q_{bz}$	
	$Q_{sx}$ (Н)	$Q_{sz}$ (Н)	$Q_{sx}$ (Н)	$Q_{sz}$ (Н)	$Q_{sx}$ (Н)	$Q_{sz}$ (Н)
180	2497	892	2642	951	2500	900
170	2509	807	2698	852	2507	791
150	2465	743	2703	780	2422	699
130	2333	706	2585	741	2239	642
110	2115	664	2381	701	2004	590
90	1840	608	2135	658	1756	541
50	1190	464	1628	573	1296	456

У таблиці 1 через  $Q_{sx}$  і  $Q_{sz}$  позначена величина нагельної (поперечної) сили в одному стрижні арматури по напрямку відповідно осі X і Z.

Як видно з таблиці, при врахуванні зсуву стиснутої зони бетону в вертикальному напрямку точність розрахунку значно підвищується. Максимальна помилка при цьому становить 9% при дуже малій висоті нормальної тріщини, що мало цікавить проектувальника. При висотах тріщини в реальному робочому діапазоні похибка не перевищує 4%. У той же час при ігноруванні врахування зсуву стисненого бетону в вертикальному напрямку (ігноруванні наявності  $Q_{bz}$ ) похибка розрахунку помітно зростає, що говорить про правильність підходу, що враховує цей фактор.

Розрахунок за розробленою методикою дозволяє швидко аналізувати напружено-деформований стан при крученні елемента з тріщиною. Так, на рис. 3-6 показані графіки зміни внутрішніх зусиль в залежності від висоти нормальної тріщини  $h_{cr}$  і відстані між поздовжніми стрижнями  $X_s$ . Розглянуто

тавровий елемент з полицею в розтягнутій зоні з наступними характеристиками: Модулі пружності і зсуву бетону і арматури - за аналогією з вищенаведеним прикладом; ширина ребра (в стиснутій від згину зоні)  $b=150$  мм; ширина полки  $b_f=700$  мм (умовно подушка стрічкового фундаменту); товщина полиці  $h_f=100$  мм; повна висота перетину  $h=400$  мм. Елемент армований двома стрижнями арматури діаметром 14 мм з відстанню по горизонталі між ними  $X_s$  (варіюється). Коефіцієнт  $K_{nag}$ , що враховує зминання під арматурним стрижнем, дорівнює одиниці. Зовнішній крутний момент становить  $1000 \text{ Н}\cdot\text{м}$ . Через  $MQ_{sx}$  і  $MQ_{sz}$  на рис. 3-6 позначені моменти, які сприймаються обома арматурними стрижнями від нагельних сил відповідно по осі X і Z.

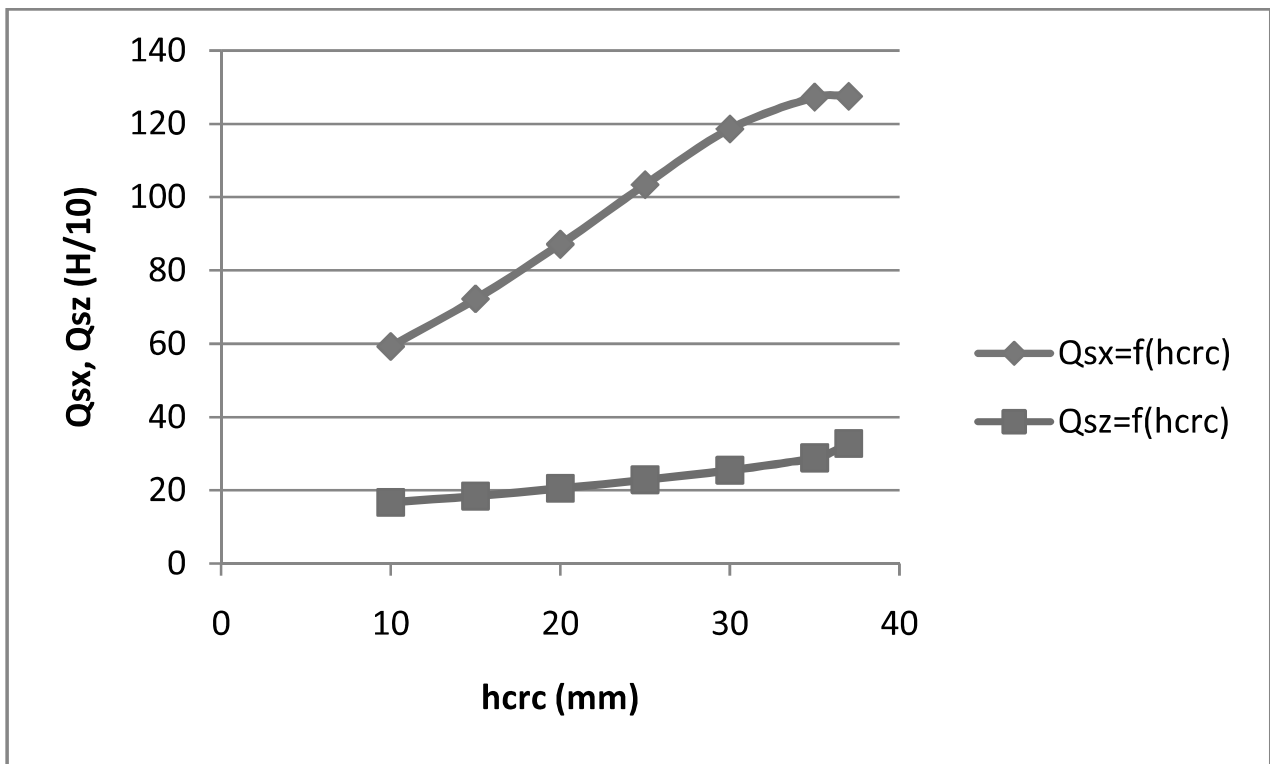


Рис. 3. Залежність нагельних сил  $Q_{sx}$  і  $Q_{sz}$  від висоти нормальної тріщини  $h_{crc}$

Рисунки 3-6 показують, на скільки помітно впливають на нагельні сили, а, відповідно, на крутильну жорсткість висота нормальної тріщини і відстань між арматурними стрижнями.

Аналіз даних розрахунку на основі запропонованої методики дозволяє зробити важливий висновок, що використання елементів таврового профілю з полицею в розтягнутій зоні вигідно з точки зору сприйняття крутного моменту. З огляду на те, що нижню частину фундаментних балок виконують, як правило, у вигляді широкої стрічки, цей фактор буде вигідним подвійно.



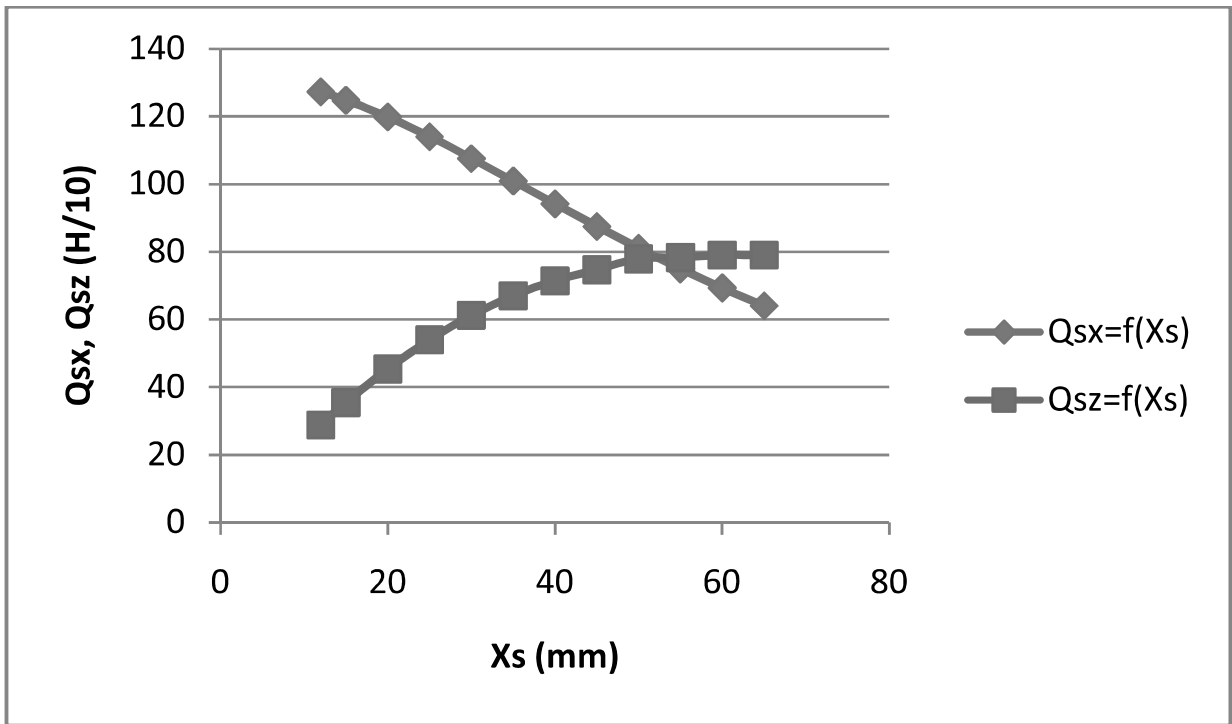


Рис. 4. Залежність нагельних сил  $Q_{sx}$  і  $Q_{sz}$  від відстані  $X_s$  між поздовжніми стрижнями

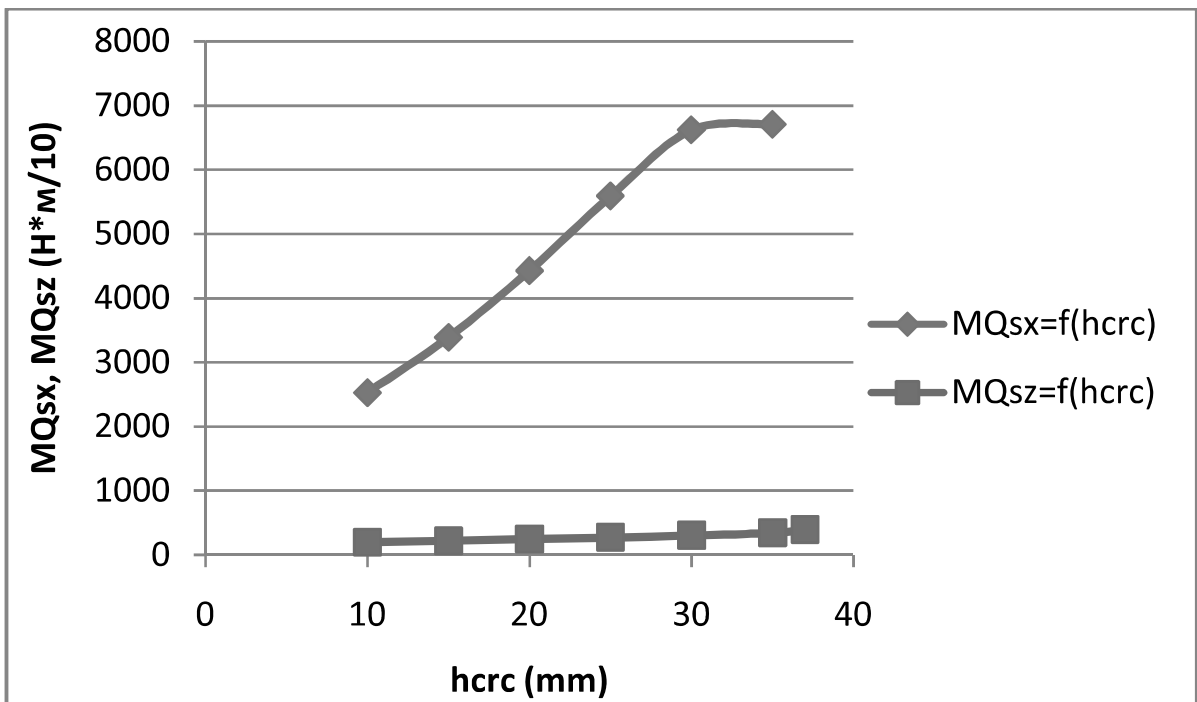


Рис. 5. Залежність моментів  $M_{Q_{sx}}$  і  $M_{Q_{sz}}$ , які сприймаються нагельними силами в арматурі, від висоти нормальної тріщини  $h_{crc}$

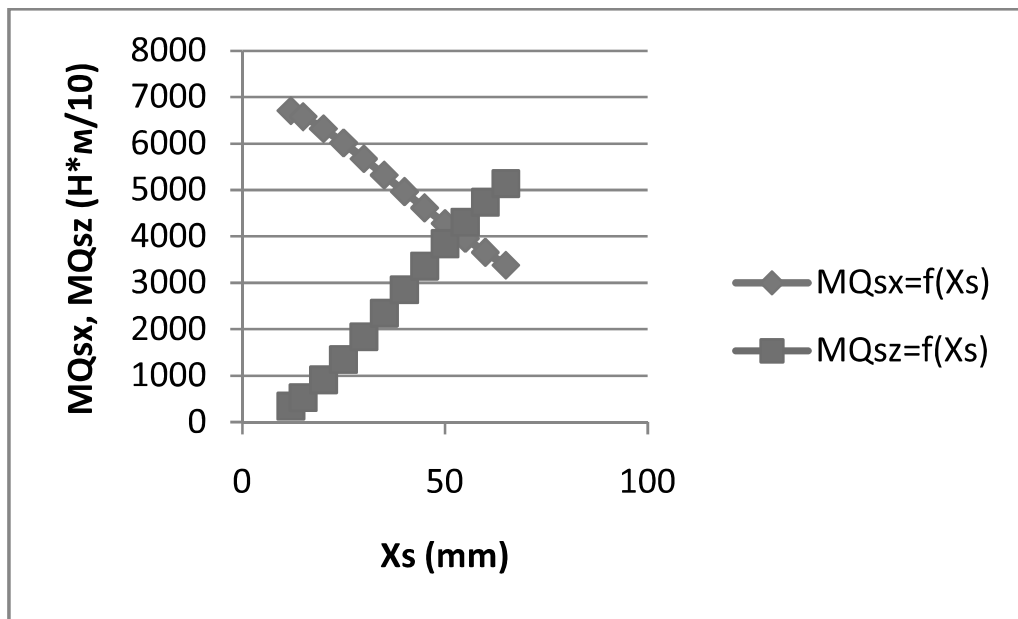


Рис. 6. Залежність моментів  $MQ_{sx}$  і  $MQ_{sz}$ , які сприймаються нагельними силами в арматурі, від відстані  $X_s$  між поздовжніми стрижнями

Можна також констатувати, що крутильна жорсткість елемента практично лінійно залежить від висоти нормальної тріщини. З огляду на те, що при великій висоті нормальної тріщини точність розрахунку за запропонованою методикою є високою (див. табл. 1), можна визначити крутильну жорсткість при максимально можливій висоті нормальної тріщини, а всі проміжні значення визначати з умови лінійного розподілу жорсткості.

**Висновки та перспективи досліджень.** Перевагою запропонованої авторами раніше в [10] і розвиненої в цій статті методики є факт простого способу визначення жорсткості при крученні залізобетонного елемента з нормальною тріщиною за наявності полки в розтягнутій від згину зоні. Аналіз даних розрахунку за запропонованою методикою свідчить про лінійну залежність крутильної жорсткості від висоти нормальної тріщини. Крім того, встановлено, що збільшення відстані по горизонталі між поздовжніми стрижнями арматури також призводить до збільшення жорсткості при крученні.

У перспективі передбачається поширення методики на розрахунок з урахуванням нелінійних властивостей матеріалів.

1. Азизов Т.Н., Кочкарев Д.В. Определени нагельной силы в продольной арматуре при кручении железобетонных элементов с нормальными трещинами // SciencesofEurope. – 2020. – Vol 1, № 58(2020). – P. 36-40.

Azyzov T.N., Kochkarev D.V. Opredeleniye nahelnoy sily v prodolnoy armature pry kruchenii yz zhelezobetonnykh elementov s normalnymy treshchynamy // SciencesofEurope. – 2020. – Vol 1, № 58(2020). – P. 36-40.

2. Азизов Т.Н. Стадник В.И. Экспериментально-теоретические исследования крутильной жесткости тавровых железобетонных элементов с нормальными трещинами // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. Вип. 40 – Одеса: Зовнішрекламсервіс, 2010. – С. 10-17.

Azyzov T.N. Stadnyk V.Y. Eksperymentalno-teoretycheskye yssledovaniya krutylnoi zhestkosti tavrovykh zhelezobetonnykh elementov s normalnymy treshchynamy // Visnyk Odeskoi derzhavnoi akademii budivnytstva ta arkhitektury. Vyp. 40 – Odesa: Zovnishreklamservis, 2010. – S. 10-17.

3. Айвазов Р.Л., Лапицкий И.В. Сборное перекрытие, опёртое по контуру и работающее с поперечным распором // Бетон и железобетон. – 1991. – № 11. – С. 7-9.

. Aivazov R.L., Lapytskyi Y.V. Sbornoe perekrytye, operto po konturu y rabotaiushchee s poperechnym rasporom // Beton y zhelezobeton. – 1991. – № 11. – S. 7-9.

4. Байков В.Н. Расчёт сборного панельного перекрытия на местную продольную линейно-сосредоточенную нагрузку // Проектирование железобетонных конструкций. – М.: Стройиздат, 1966. – 380 с.

Baikov V.N. Raschët sbornoho panelnogo perekrytyia na mestnuiu prodolnuiu lyneinososredotochennuiu nahruzku // Proektyrovanye zhelezobetonnykh konstruktsyi. – М.: Stroiyzdat, 1966. – 380 s.

5. Дроздов П.Ф. Конструирование и расчёт несущих систем многоэтажных зданий и их элементов. – М.: Стройиздат, 1977. – 223с.

Drozdo P.F. Konstruyrovanye y raschët nesushchykh system mnogoetazhnykh zdaniy y ukh elementov. – М.: Stroiyzdat, 1977. – 223s.

6. Карпенко Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами. – М.: Стройиздат, 1976. – 208 с.

Karpenko N.Y. Teoryia deformyrovaniya zhelezobetona s treshchynamy. – М.: Stroiyzdat, 1976. – 208 s.

7. Коуэн, Г.Дж. Кручение в обычном и предварительно напряженном железобетоне: Пер. с англ. / Г.Дж. Коуэн; – М.: Изд-во литературы по строительству, 1972. – 104 с.

Kouen, H.Dzh. Kruchenye v obychnom y predvartelno napriazhenom zhelezobetone: Per. s anhl. / H.Dzh. Kouen; – М.: Yzd-vo lyteratury po stroytelstvu, 1972. – 104 s.

8. Красин Н.А. Расчеты крутильной жесткости железобетонных конструкций мостов с учетом влияния трещин. Автореф. дисс. канд.техн. наук. Ташкент, 1994. – 16 с.

Krasyn N.A. Raschety krutylnoi zhestkosti zhelezobetonnykh konstruktsyi mostov s uchetom vlyaniya treshchyn. Avtoref. dyss. kand.tekhn. nauk. Tashkent, 1994. – 16 s.

9. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. – М., 1999. – 592 с.

Feodosev V.Y. Soprotyvlenye materyalov. – М., 1999. – 592 s.

10. Azizov T. Accounting The Shift Of The Compressed Area Of Concrete In Two Directions In The Torsion Of A Reinforced Concrete Element With Normal Cracks// SciencesofEurope. – Vol 1, № 73(2021). – P. 42-46. DOI: 10.24412/3162-2364-2021-73-1-42-46.

11. Azizov, T., Jurkowska, N., Kochkarev, D. Basis of calculation on torsion for reinforced concrete structures with normal cracks (2019) Proceedings of the fib Symposium 2019: Concrete - Innovations in Materials, Design and Structures, pp. 1718-1725.

12. American Concrete Institute (ACI) “Building Code Requirements for Reinforced Concrete,” ACI 318-89 and “Commentary.” ACI 318R-89, Detroit, 1989, 353pp.

13. Collins M.P., Mitchell D. Shear and Torsion Design of Prestressed and Non-Prestressed Concrete Beams. Journal of the Prestressed Concrete Institute, Vol.25, No 4, September-October 1980. – pp. 32-100.

14. Cowan H.J. Torsion of a rectangular elastic isotropic beam reinforced with rectangular helices of another material// Applied Scientific Research, Section A Volume 3, Issue 5, September 1952. – pp. 344-348.

15. EN 1992: Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings. – Brussels, 2002. – 230 p.