

УДК 624.012.45:539.415

**МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ МІЦНОСТІ У ПОХИЛИХ ПЕРЕРІЗАХ
БАЛКОВИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ**

**METHOD OF CALCULATION OF STRENGTH IN INCLINED SECTIONS
OF BEAM REINFORCED CONCRETE ELEMENTS**

Довженко О.О., к.т.н., проф., ORCID 0000-0002-2266-2588, Погрібний В.В., к.т.н., с.н.с., ORCID 0000-0001-7531-2912, Мальована О.О. к.т.н., ORCID 0000-0003-3740-3228, Шитова О.М., магістрант, ORCID 0000-0001-9402-3040

(Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»)

Dovzhenko O.O., candidate of technical sciences, professor, ORCID 0000-0002-2266-2588, Pohribnyi V.V., candidate of technical sciences, senior researcher, ORCID 0000-0001-7531-2912, Malovana O.O., candidate of technical sciences, ORCID 0000-0003-3740-3228, Shytova O.M., graduate student, ORCID 0000-0001-9402-3040

(National University “Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic”)

Встановлена межа застосування методів фермової аналогії та дискової моделі до розрахунку міцності за похилими перерізами залізобетонних елементів, що згинаються. Визначені області реалізації руйнування за умовним стиснутим елементом та стиснутою зоною над небезпечною похилою тріщиною на дію поперечною сили.

The boundary of application of methods of truss analogy and disk model for calculation of strength on inclined sections of the flexural reinforced concrete members is established. The problem of the strength of an inclined prism loaded at the ends by compressed normal and tangential forces is considered. Plastic strain is considered to be localized in thin layers on the failure surface, which is characteristic of the ultimate state of concrete under the shear. The analysis of the results obtained by the variational method in the theory of plasticity allows to make reasonable changes to determine the strength of the compressed inclined element. Areas of realization of failure of reinforced concrete structures by conventional compressed member and compressed zone over dangerous inclined crack on action of shear force on the basis of application of criterion of the minimum ultimate force perceived by elements are defined. The influence of concrete class, relative shear span and intensity of shear reinforcement on the strength of elements is specified. The offered technique of calculation of strength of reinforced concrete structures on inclined sections on action of shear force allows to receive more effective

structural designs. Determination of the values of the coefficient of shear reinforcement of sections of structures near the supports, which corresponds to the boundary of the considered cases of failure by shear within the inclined strip and the compressed zone of concrete over the dangerous inclined crack. The prospects of application of the theory of plasticity for improvement of structural designs of flexural reinforced concrete members are established. The application of the theory of plasticity allows to specify the bearing capacity, which is determined by the strength of the inclined strip, as part of the truss analogy, and the strength of the dangerous inclined crack.

Ключові слова:

Конструкція, аналогія, руйнування, екстремум, зусилля, інтенсивність, армування.

Structure, analogy, failure, extremum, effort, intensity, reinforcement.

Вступ. Балкові залізобетонні конструкції, котрі працюють на сприйняття поперечних сил, широко розповсюджені в практиці та у значній мірі визначають витрати бетону та сталі при капітальному будівництві.

Одним із важких питань, що потребують подальшого вивчення, є розрахунок несучої здатності залізобетонних елементів за похилими перерізами. І хоча в останні роки в розв'язанні цієї проблеми досягнути суттєві успіхи та намітилися нові напрямки [1-3], однак вплив цілого ряду факторів на несучу здатність остаточно невизначений. Так, немає механізму, котрий дозволяє визначати наповнення епюр нормальних та дотичних напружень у стиснутій зоні над небезпечною похилою тріщиною, не отримані аналітичні залежності для визначення її проекції на поздовжню вісь елемента як функції багатьох змінних. Також відсутнє єдине розуміння фізичної природи явища «нагельного ефекту» в арматурі, що перетинає похилу тріщину, та цілого ряду інших визначальних факторів. Тому удосконалення методики розрахунку міцності цих елементів має важливе значення для створення ефективних конструкцій, зниження їх матеріаломісткості та вартості.

Стан питання та задачі дослідження. Методи розрахунку елементів за похилими перерізами та критерії оцінки їх міцності у своєму розвитку зазнали значних змін. Так, у класичному методі розрахунок проводиться за головними напруженнями розтягу на основі залежностей опору матеріалів. «Фермова аналогія» передбачає повне сприйняття арматурою зусиль розтягу, а бетоном – стиску. При цьому залізобетонний елемент що згинається, представлено у вигляді ферми з паралельними між собою стиснутим і розтягнутим поясами та кісцями. Класичний метод та «фермова аналогія» у повній мірі не враховують специфіку поведінки залізобетонних балкових елементів у зоні руйнування, що призводить до розходження між дослідною та теоретичною міцністю. За відсутності поперечної арматури не забезпечується надійна робота конструкції, а при її наявності фактична

величина руйнівного навантаження перевищує теоретичне значення. Удосконалення розрахунку за методом фермової аналогії відбувається шляхом введення різних емпіричних коефіцієнтів та створення нових аналогій (аркової, розпірної системи) [4, 5].

Також розглядається рівновага зовнішніх сил і внутрішніх граничних зусиль для відокремленої похилою тріщиною опорної частини елемента. Теорія [6] більш раціонально й економно призначає поперечну арматуру. В якості граничних зусиль у розрахунковій моделі враховуються лише зусилля в бетоні над похилою тріщиною і зусилля в поперечній арматурі.

Методи [7, 8] розглядають балковий елемент як «дисково-в'язеву систему», що складається із жорстких дисків (блоків), котрі з'єднані піддатливими в'язями відповідно до розташування тріщин. Крім зусиль у в'язях в дисково-в'язевій системі діють сили взаємодії між блоками, котрі виникають при деформуванні системи. Недоліком існуючих дискових розрахункових схем є складність та деяка неточність врахування роботи піддатливих елементів, що з'єднують блоки. В [9] розглядаються дискові кінематичні моделі залізобетонних елементів та обґрунтовані параметри з'єднувальних стержнів з врахуванням особливостей їх роботи в залежності від кількості поздовжньої та поперечної арматури. Широкі перспективи в розв'язанні даного питання представляє використання дискретних рішень [10]. Слід відмітити, що в експериментальних дослідженнях спостерігається як руйнування похилого бетонного елемента між сусідніми тріщинами, так і стиснутої зони над небезпечною похилою тріщиною. Виникає необхідність встановлення межі реалізації цих випадків та областей використання метода фермової аналогії та дискової моделі. Одним із основних напрямків розв'язання цього питання є уточнення розрахункових схем та впливу визначальних факторів.

Мета роботи та методи дослідження. Визначення областей застосування методів фермової аналогії та дискової моделі до розрахунку міцності залізобетонних елементів за похилими перерізами із використанням верхньої оцінки рівня зусиль та варіаційного методу в теорії пластичності для удосконалення методики розрахунку.

Результати дослідження. Згідно з чинними нормами [11] величина зусилля $V_{Rd,max}$, котре сприймається бетоном умовного стиснутого похилого елемента (похилої смуги) на ділянках біля опор залізобетонної балкової конструкції визначаються за залежністю

$$V_{Rd,max} = \frac{b_w z \nu_1 f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta}, \quad (1)$$

тут b_w – ширина поперечного перерізу елемента; z – плече внутрішньої пари сил; $\nu_1 = 0,6(1 - f_{ck} / 250)$ – коефіцієнт зниження міцності бетону, тут f_{ck} – характеристичний опір бетону стиску; f_{cd} – розрахунковий опір бетону

стиску; θ – кут нахилу умовного стиснутого елемента до поздовжньої осі конструкції.

З врахуванням впливу поперечного армування зусилля при зрізі в межах стиснутої смуги дорівнює

$$V_{Rd,1} = \frac{b_w z f_{cd} \nu_1 (1 + 5 \rho_w E_s / E_{cd})}{\cot \theta + \tan \theta}, \quad (2)$$

де E_s – модуль пружності арматури; E_{cd} – модуль пружності бетону, $\rho_w = A_{sw} / (b_w s)$ – коефіцієнт армування, тут s – крок поперечної арматури.

Розв'язана задача міцності похилої призми між двома тріщинами, навантаженої за торцями нормальною N_u та дотичною T_u силами, варіаційним методом у теорії пластичності [12] при зрізовій формі руйнування.

Розрахункова схема призми наведена на рис. 1, де γ , ψ – відповідно кути між поверхнею руйнування та напрямком швидкості жорсткого диску; V_u – поперечна сила.

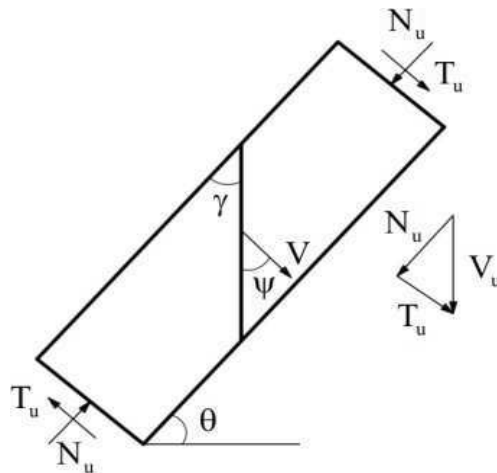


Рис. 1. Розрахункова схема стиснутої похилої призми

Отримані розривні рішення задачі міцності призми. При цьому бетон розглядається як жорстко-пластичне тіло [12]. В якості пластичного потенціалу приймається умова міцності бетону [13].

Бетонна призма руйнується від зрізу за поверхнею локалізації пластичної деформації під кутом γ до бокових граней. Вплив армування враховується шляхом прикладання бокового обтиснення, котре визначається зусиллям в арматурі на одиницю довжини бокових граней призми.

На основі результатів розв'язання задачі міцності похилої призми (смуги) варіаційним методом у теорії пластичності підтверджено застосування залежності (2).

При невеликій інтенсивності поперечного армування міцність елементів у похилих перерізах виявляється значно нижчою за встановлену експериментально [8, 14], а руйнування відбувається шляхом зрізу стиснутої зони бетону над небезпечною похилою тріщиною. Тому, для встановлення

області застосування методу фермової аналогії, значення зусилля $V_{Rd,1}$ необхідно порівнювати з величиною поперечного зусилля у похилому перерізі $V_{Rd,2}$, визначеного за дисковою моделлю [15] з використанням умов граничної рівноваги на всьому запропонованому в [11] інтервалі кутів нахилу θ . Так при $\theta = 45^\circ$ $V_{Rd,1}$ практично дорівнює наведеному в [15] зусиллю в похилій бетонній смузі на дію поперечної сили.

За дисковою моделлю зусилля, що сприймаються бетоном стиснутої зони та поперечною арматурою в похилому перерізі (рис. 2), дорівнює

$$V_{Rd,2} = V_c + V_{sw}, \quad (3)$$

тут V_c і V_{sw} – зусилля, котрі сприймаються відповідно бетоном та поперечною арматурою, які відповідно визначаються із рівнянь

$$V_c = \frac{2f_{ctd}b_w d^2}{c}, \quad (4)$$

$$V_{sw} = q_{sw}c_o, \quad (5)$$

де f_{ctd} – розрахунковий опір бетону розтягу; d – робоча висота поперечного перерізу елемента ($d = z / 0,9$); c – довжина проекції похилого перерізу на поздовжню вісь елемента, яка приймається рівною відстані від опори до

зосередженої сили F або $c = \sqrt{\frac{2f_{ctd}b_w d^2}{q}}$ при рівномірно-розподіленому

навантаженні q ; $q_w = f_{ywd}\rho_w b_w$ – зусилля в арматурі на одиницю довжини

елемента; $c_o = \sqrt{\frac{2f_{ctd}d^2}{\rho_w f_{ywd}}}$. При цьому в розрахунку передбачається

виконання умов: $d \leq c_o \leq 2d$ та $c_o \leq c$.

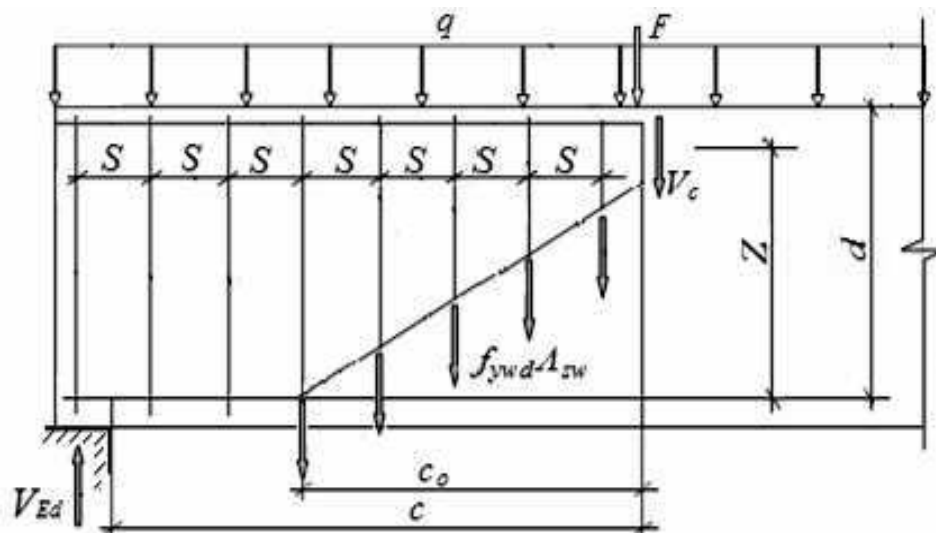


Рис. 2 – Схема розрахункових зусиль на дію поперечної сили за похилою тріщиною. При дії поперечних сил для залізобетонних елементів характерна зрізова

форма руйнування [12]. Вона реалізується на ділянках біля опор як в межах похилої смуги, так і стиснутої зони над небезпечною похилою тріщиною [11, 15].

В інтервалі $1 \leq \cot \theta \leq 2,5$ за розрахункове значення поперечного зусилля слід приймати меншу із величин $V_{Rd,1}$ і V_{Rd} , корі визначаються за формулами (2) і (3).

Коефіцієнт поперечного армування ρ_w , котрий відповідає межі застосування методів розрахунку за фермовою аналогією та дисковою моделлю визначається із умови

$$V_{Rd,1} = V_{Rd,2}. \quad (6)$$

Розв'язок рівняння (6) відносно ρ_w після підстановки розрахункових параметрів дозволяє отримати залежність для визначення значення граничного значення ρ_{wR} на межі реалізації випадків руйнування залізобетонного балкового елемента із важкого бетону від зрізу в межах похилої смуги між двома тріщинами та зрізу стиснутої зони над небезпечною похилою тріщиною.

Для вибору методу розрахунку залізобетонного елемента за похилими перерізами на дію поперечної сили при розв'язанні задачі перевірки міцності (при заданих класах бетону й арматури, розмірах прямокутного поперечного перерізу, проценті армування поперечною арматурою ρ_w , параметрі z і куті нахилу θ) встановлюється граничне значення коефіцієнта поперечного армування ρ_{wR} .

При $\rho_w \geq \rho_{wR}$ – зусилля V_{Rd} дорівнює $V_{Rd,1}$, котре підраховується за формулою (2) і визначає міцність умовного похилого елемента.

За умови $V_{Ed} > V_{Rd,max}$ руйнування елемента відбувається від зрізу в межах похилої смуги.

При $\rho_w < \rho_{wR}$ поперечне зусилля V_{Rd} дорівнює сумі зусиль у бетоні стиснутої зони V_c та в поперечній арматурі V_{sw} , котрі підраховуються за формулами (4) і (5) та визначають міцність елемента за небезпечною похилою тріщиною.

У разі $V_{Ed} > V_c + V_{sw}$ руйнування елемента відбувається шляхом зрізу бетону стиснутої зони за досягнення напруженнями в поперечній арматурі, що перетинає похилу тріщину, межі текучості.

Подальше удосконалення конструктивних рішень балкових залізобетонних несучих елементів будівель і споруд шляхом створення конструкцій рівної міцності за похилими і нормальними перерізами в значній мірі пов'язано з підвищенням точності оцінювання їх міцності за похилими перерізами на основі уточнення методики розрахунку та врахування впливу усіх визначальних факторів.

Висновки. 1. Результати досліджень міцності залізобетонних балкових елементів за похилими перерізами вказують на необхідність удосконалення методики їх розрахунку.

2. Встановлена перспективність застосування теорії пластичності бетону для визначення міцності елементів із залізобетону при зрізівій формі руйнування.

3. На основі розв'язання задачі міцності похилої призми (смуги) варіаційним методом у теорії пластичності із застосування принципу віртуальних швидкостей уточнена залежність для визначення поперечної сили, котру сприймає армований бетон в межах похилої смуги між двома тріщинами.

4. Запропоновано рівняння для визначення граничного значення коефіцієнта поперечного армування ρ_{wR} на межі руйнування балкових елементів на ділянках біля опор за похилою стиснутою смугою та за стиснутою зоною над небезпечною похилою тріщиною й уточнені області застосування методу фермової аналогії та дискової моделі для розрахунку міцності залізобетонних елементів за похилими перерізами на дію поперечної сили.

1. Mineola L.J. Plasticity theory/ L.J. Mineola. – Dover, NY, 2008. – 969 p.

2. Nielsen M.P. Limit Analysis and Concrete Plasticity/ M.P. Nielsen, L.C. Hoang. – CRC Press, Taylor & Francis Group, 2011. – 669 p.

3. Minho J., Theory for Plasticity of Face-Centered Cubic Metals / J. Minho, M.K. Yang, L. Byeong-Joo, J. Börje, V. Levente & K.K. Se // PNAS. – 2014. –111 (18). – pp. 6560-6565.

4. Wilson C.D. A Critical Reexamination of Classical Metal Plasticity/ C.D. Wilson// Journal of Applied Mechanics. – 2002. – Vol. 69. – Iss. 1. – pp. 63-68.

5. Ashour A. Application of Plasticity Theory to Reinforced Concrete Deep Beams: A Review/ A. Ashour, K-H. Yang //Magazine of Concrete Research. – 2008. – Vol. 60. – Iss. 9. – pp. 657-884.

6. Боришанский М.С. Расчет железобетонных элементов при действии поперечных сил/ М.С. Боришанский// Расчет и конструирование элементов железобетонных конструкций. – М.: Стройиздат, 1964. – С. 122-143.

Borishanskij M.S. Raschet zhelezobetonykh ehlementov pri dejstvii poperechnykh sil/ M.S. Borishanskij// Raschet i konstruirovanie ehlementov zhelezobetonykh konstrukcij. – М.: Strojizdat, 1964. – S. 122-143.

7. Климов Ю.А. До розрахунку міцності залізобетонних елементів в похилих перерізах /Ю.А. Климов//Таврійський науковий вісник: Збірник наукових статей, Херсон: Айлант. – 1999. – Вип. 11. – С. 11-17.

Klymov Yu.A. Do rozrakhunku mitsnosti zalizobetonykh elementiv v pokhylykh pererizakh /Yu.A. Klymov//Tavriiskyi naukovyi visnyk: Zbirnyk naukovykh statei, Kherson: Ailant. – 1999. – Vyp. 11. – S. 11-17.

8. Залесов А.С. Прочность железобетонных конструкций при действии поперечных сил / А.С. Залесов, Ю.А. Климов. – 1989, Киев. – 104 с.

Zalesov A.S. Prochnost' zhelezobetonykh konstrukcij pri dejstvii poperechnykh sil / A.S. Zalesov, Yu.A. Klimov. – 1989, Kiev. – 104 s.

9. Dovzhenko O. The Bearing Capacity Experimental Determination of the Keyed Joints Models in the Transport Construction/ O. Dovzhenko, V. Pogrebnyi, I. Yurko, I. Shostak// Web of Conferences. – 2017. – Vol. 116: 2011.
10. Ebobisse F. Some Mathematical Problems in Perfect Plasticity/ Ebobisse F., Reddy B.D.// Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. – 2004. – Vol. 193. – pp. 5071-5094.
11. ДБН В.2.6-98:2009 Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. Київ: Мінрегіонбуд України, 2011. – 71 с.
DBN V.2.6-98:2009 Konstruktsii budynkiv i sporud. Betonni ta zalizobetonni konstruktsii. Osnovni polozhennia. Kyiv: Minrehionbud Ukrainy, 2011. – 71 s.
12. Pohribnyi V. The ideal plasticity theory usage peculiarities to concrete and reinforced concrete/ V. Pohribnyi, O. Dovzhenko, O. Maliovana // International Journal of Engineering & Technology. – 2018. – 7 (3.2). – P. 19 - 26.
13. Гениев Г. А. Теория пластичности бетона и железобетона / Г.А. Гениев, В.Н. Киссюк, Г.А. Тюпин. – Москва, 1974. – 316 с.
Geniev G. A. Teoriya plastichnosti betona i zhelezobetona / G.A. Geniev, V.N. Kissyuk, G.A. Tyupin. – Moskva, 1974. – 316 s.
14. Snezhkina O.V. Engineering Method for Assessing the Strength of Reinforced Concrete Beams/ O.V. Snezhkina//IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. – 2019. – Vol. 537. – Iss. 2: 022050.
15. СНиП 2.03.01-84* Бетонные и железобетонные конструкции. – М.: Стройиздат, 1989. – 88 с.
. SNIP 2.03.01-84* Betonnye i zhelezobetonnye konstrukcii. – M.: Strojizdat, 1989. – 88 s.