

ДОСЛІДЖЕННЯ, ПРОЕКТУВАННЯ ТА ЗАПРОВАДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНИХ КОНСТРУКЦІЙ, БУДІВЕЛЬ ТА СПОРУД

УДК 624.012.45

**РОЗРАХУНОК ОГОРОДЖУЮЧИХ КОНСТРУКЦІЙ ЗАХИСНИХ
СПОРУД НА ОСНОВІ КВАЗІСТАТИЧНОГО МЕТОДУ**

**CALCULATION OF ENCLOSURE STRUCTURES OF PROTECTIVE
STRUCTURES BASED ON THE QUASISTATIC METHOD**

Азізов Т.Н., д.т.н., проф., Orcid [0000-0001-9621-9805] (Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини)

Кочкар'єв Д.В., д.т.н., проф. [0000-0002-4525-7315] (Національний університет водного господарства та природокористування)

Taliat Azizov, Doctor of Engineering, Professor, (PavloTychynaUmanState PedagogicalUniversity, Ukraine)

Dmitro Kochkarev, Doctor of Engineering, Professor (National University of Water and Environment Engineering, Ukraine)

В статті показано особливості розрахунку стін захисних споруд за новими нормативними документами України. Наведено загальні відомості про розрахунки огороджуючих конструкцій захисних споруд методом прямого інтегрування рівнянь руху, імпульсним методом та квазістатичним. Показано, що квазістатичний метод розрахунку є найменш точним, але найбільш доступним для проєктувальників. Наведено покроковий алгоритм розрахунку конструкцій захисної споруди.

The article shows the peculiarities of the calculation of the walls of protective structures according to the new normative documents of Ukraine. It is shown that calculations of enclosing structures of protective structures are carried out by three methods. This is the method of direct integration of the equations of motion, the impulse method, and the quasi-static method. It is shown that the quasi-static calculation method is the least accurate, but the most accessible for designers. That is why the new normative documents of Ukraine adopted exactly this method of calculation. It is shown that for conventional means of damage, the value of the dynamic compressive strength of concrete can be taken as equal to 1.2. Such values are taken for dynamic non-explosive loads. However, it is known that this coefficient is greater with a short duration of action. Therefore, the value of dynamic strength is used in the article not as a constant, but by calculation. As a result, the value of this coefficient is equal to 1.63. The methodology and step-by-step algorithm for calculating the

determination of the reinforcement of walls and ceilings of typical buildings of protective structures when calculating the effect of a shock explosive air wave under the action of conventional means of destruction are given. The algorithm includes setting the storage class, determining the calculated quasi-static load on the walls and floors, and modeling the building in the effort determination program. After determining the forces, the coefficient of dynamic strengthening of the material is calculated. After that, the carrying capacity is calculated. At the same time, the method of calculated resistances of reinforced concrete was used to calculate the bearing capacity and the amount of reinforcement at already determined values of forces. This method makes it much easier and faster to choose the reinforcement of the structure. To explain the calculation methodology, an example of the calculation of an underground storage under a three-story frame monolithic building, whose walls and floors are assumed to be made of C20/25 concrete, is given. The area of the working armature of the walls and the floor of the considered storage was calculated using the method of calculated reinforced concrete supports.

Ключові слова: захисні споруди, квазіпостійні навантаження, еквівалент тротилу, напружено деформований стан, позacentрово-стиснуті елементи, згинальні елементи, подвійне армування.
protective structures, quasi-permanent loads, TNT-equivalent, stressed deformed state, eccentrically compressed elements, bending elements, double reinforcement

Аналіз досліджень і постановка задачі.

Захисні споруди відіграють важливу роль при захисті населення під час повітряних атак. При застосуванні звичайних засобів ураження захисні споруди повинні захищати від ударної повітряної хвилі та уламків. Це зумовлює необхідність відповідних розрахунків, а саме:

1. Розрахунок огороджуючих конструкцій захисних споруд на дію ударної вибухової хвилі;

2. Розрахунок огороджуючих конструкцій захисних споруд від дії уламків.

Варто зазначити, що є також окремі види споруд, розрахунок яких виконують на пряме влучання окремих засобів ураження. Як правило, це спеціалізовані споруди, які мають надважливе значення. Для них виконують додаткові окремі розрахунки, які у даній статті не розглядаються.

Розрахунок огороджуючих конструкцій захисних будівель та споруд на дію ударної вибухової хвилі може бути виконаний одним із трьох методів [4]:

- 1) Метод прямого інтегрування рівнянь руху;
- 2) Метод ударного імпульсу;
- 3) Квазістатичний.

Кожен із приведених методів характеризується відповідним навантаженням. Зокрема, метод прямого інтегрування рівнянь руху в якості навантаження використовує діаграми тиску ударної вибухової повітряної

хвилі, встановлені для відповідного боєприпасу. Такі діаграми дають можливість встановити значення відповідних нормальних до поверхні тисків у певному діапазоні часу.

Для методу ударного імпульсу в якості основного навантаження приймається значення відповідного імпульсу ударної хвилі, його форма та час дії.

Для квазістатичного методу розрахунку захисних споруд на ударну дію вибухової хвилі приймається відповідне еквівалентне статичне навантаження.

Розрахунок на дію ударної вибухової хвилі виконується для заданого певного тротилового еквіваленту W боєприпасу, який вибухає на відстані R або R_G від будівлі [1-3] (див. Рис.1).

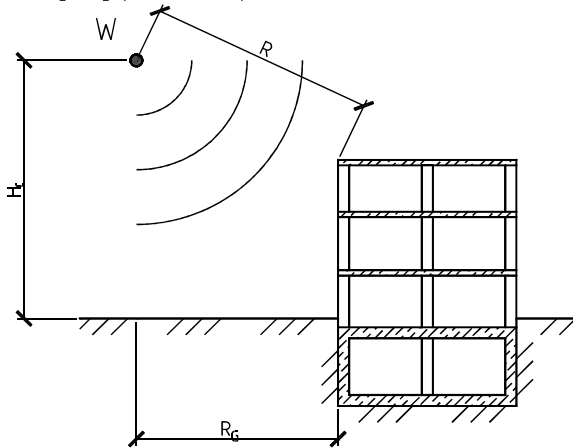


Рис. 1. До визначення параметрів діаграм рівнянь руху

Параметри діаграм ударних імпульсів встановлюються залежно від приведеної відстані

$$Z = \frac{R}{\sqrt[3]{W}}, \quad (1)$$

де R – відстань від будівлі до епіцентру вибуху (див. рис. 1), м; W – еквівалентна маса тротилу, кг.

Типова діаграма тиску ударної повітряної хвилі приведена на рис.2. Вибухові діаграми містять дві фази – фазу додатного тиску та від’ємного тиску (розрідження). Кожна з фаз характеризується наступними параметрами: максимальним тиском P_r , P_r^- , часом дії t_0 , t_0^- та ударним імпульсом i_r , i_r^- . Значенню ударного імпульсу відповідає площа відповідної фази діаграми тиску.

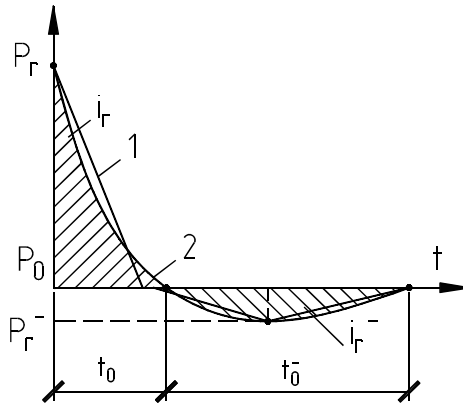


Рис. 2. Діаграма тиску ударної повітряної хвилі: 1- нелінійна діаграма тиску; 2- спрощена діаграма стиску

У практичних розрахунках використання нелінійної форми імпульсу значно ускладнює процес моделювання вибухового навантаження. Тому у більшості випадків форма імпульсу приймається або у вигляді трикутників, або прямокутника. Також для спрощення користуються спрощеною діаграмою тиску ударної повітряної хвилі (див. рис.2.).

Прямі динамічні розрахунки та розрахунки методом ударного імпульсу, як правило визивають певні труднощі для більшості проектувальників, особливо для складних та розвинених у плані будівель та споруд. Особливу складність викликає прикладання динамічного навантаження, тому що немає чітко сформульованих рекомендацій по його прикладанню. Це зумовлює велику кількість неточностей при виконання таких розрахунків, у зв'язку з чим їх доволі складно перевірити. Саме тому у чинних нормах [4] проектування запропоновано використовувати квазістатичні навантаження при проектуванні захисних споруд.

З огляду на вищесказане метою статті є розроблення алгоритму розрахунку огорожуючих захисних споруд на дію ударної вибухової хвилі квазістатичним методом за методикою нових нормативних документів з врахуванням динамічного зміцнення матеріалу та пропозиціями авторів цієї статті.

Викладення основного матеріалу.

Квазістатичний метод розрахунку полягає у заміні динамічних навантажень еквівалентними статичними. Еквівалентні статичні навантаження приймають рівним інерційному навантаженню визначеному при динамічному впливі.

Як відомо, інерційні сили залежать від форми коливань основних несучих конструкцій будівлі або споруди. А тому для кожної форми отримують своє значення інерційних сил. Саме тому отримати точне значення статичного навантаження, яке б повністю відповідало динамічному впливу є доволі

складною задачею. З огляду на це квазістатичний метод розрахунку вважається найменш точним, і переважною кількістю вчених не рекомендується до використання в різних динамічних задачах. Хоча для окремих типових нескладних у плані будівель та споруд можна отримувати задовільні результати. В той же час в нових нормах України [4] прийнятий саме такий метод розрахунку.

Еквівалентні статичні навантаження приймаються у вигляді надлишкового тиску та прикладаються нормально до поверхні основних огорожувальних конструкцій будівель та споруд. Значення надлишкових тисків залежить від конструктивних особливостей будівель та відповідного класу захисних споруд в них, і визначається за нормативними документами [4].

Пропонується наступний порядок розрахунку споруд цивільного захисту:

1. Встановлюється клас сховища (AI-AIV) або група укриття (П-1-П-6). За табл. А.1 або табл. А.2 [4] визначається надмірний тиск повітряної ударної хвилі ΔP_{ex} , кПа.

2. Визначається навантаження P_{max} на покриття та стіни захисної споруди відповідно до табл. 14.1 та табл. 14.2 [4].

3. Розраховується горизонтальне квазістатичне навантаження на зовнішні стіни за формулою:

$$q_{ex,eqv} = P_{max} K_d K_0 \quad (2)$$

де P_{max} – приведене горизонтальне навантаження, кПа; K_d – коефіцієнт динамічності, який приймається за таблицею 14.9 [4]; K_0 – коефіцієнт, який враховує зміну тиску на стіни за рахунок горизонтальної складової масової швидкості часток ґрунту, затухання хвилі стиску з глибиною і зниження тиску за рахунок руху споруди та деформації стін. Для заглиблених та обвалованих стін значення коефіцієнта K_0 приймається рівним 0,8 при розрахунку за розрахунковою умовою ІА та 1,0 – за розрахунковою умовою ІБ. Для не обвалованих стін і стін, які розташовані у водонасичених ґрунтах, коефіцієнт K_0 приймається рівним 1.

4. Моделюється розрахункова схема споруди або будівлі прикладаються навантаження нормально до поверхні огорожуючої споруди та виконується статичний розрахунок. Попередньо приймаються основні товщини елементів із умови забезпечення відповідного захисту від уламків.

5. Після визначення зусиль в основних несучих елементах будівлі або споруди Додатково враховуються коефіцієнти динамічності до відповідних несучих конструкцій табл. 14.9 - 14.11 [4].

6. Виконується підбір необхідного армування лише за першою групою граничних станів (за несучою здатністю).

При визначенні армування захисних споруд також допускається враховувати коефіцієнти динамічного зміцнення залежно від швидкості зміни деформування. Для звичайних засобів ураження значення динамічної міцності

бетону за стиску допускається приймати рівним 1,2. Такі значення приймають при динамічних не вибухових навантаженнях. Більш точне значення можна уточнити за відомим виразом [8]

$$\left\{ \begin{array}{l} DEF_c = \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon_{sc}} \right)^{1,026\alpha_s} \rightarrow 30 \times 10^{-6} \leq \dot{\varepsilon} \leq (30 + 23i) c^{-1}; \\ DEF_c = \eta \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon_{sc}} \right)^k \rightarrow (30 + 23i) \leq \dot{\varepsilon} \leq 300 c^{-1}, \end{array} \right. \quad (3)$$

де $\alpha_s = \frac{1}{5 + 9f_c / f_{c0}}$, $f_{c0} = 10$ МПа; $\varepsilon_{sc} = 30 \times 10^{-6} c^{-1}$, $\gamma_s = 10^{(6,15\alpha_s - 2)}$,

$$\eta = (1 - 0,3392i)\gamma_s, \quad k = \frac{1 + 0,05i}{3}, \quad i = \begin{cases} 0 - \text{бетон}; \\ 1 - \text{фібро бетон}. \end{cases}$$

Значення швидкості зміни деформування визначається за формулою:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_u}{\tau}, \quad (4)$$

де $\dot{\varepsilon}$ – швидкість зростання деформацій, c^{-1} ; τ – час навантаження, с; ε_u – відповідні граничні деформації бетону.

Для переважної більшості вибухів час дії навантаження позитивної фази ударної повітряної хвилі дорівнює 0,020 с. Це відповідає середньому значенню.

Для більшості класів бетонів граничні деформації приймають рівними 350×10^{-5} . Таким чином за виразом (4) значення швидкості зростання

деформацій набуде значення $\dot{\varepsilon} = 0.175$. Для бетону C20/25 при $\alpha_s = 0.055$, отримаємо значення коефіцієнта динамічного зміцнення, яке буде дорівнювати $DEF_c = 1.63$. Як бачимо, це значно більше, ніж коефіцієнт динамічного зміцнення для не вибухових навантажень. Зауважимо, що для проведення більш точного оцінювання динамічного впливу ударної хвилі на міцні сні властивості бетону варто розглядати не тільки коефіцієнт динамічного зміцнення бетону але й всі параметри діаграми. При цьому все ж визначальним є динамічна міцність бетону.

Армування захисних огорожуючих конструкцій для згинальних елементів пропонується виконувати за методикою авторів цієї статті [5-7].

Для згинальних елементів із одиничним армуванням пропонується такий порядок розрахунку:

-визначимо необхідний розрахунковий опір залізобетону за виразом

$$f_{zM} = \frac{M_{Ed}}{W_c} = \frac{6M_{Ed}}{bd^2}; \quad (5)$$

-визначаємо допоміжний параметр

$$k_Z = \frac{f_{zM}}{6 \cdot f_{cd}}; \quad (6)$$

-визначаємо механічний коефіцієнт армування

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot k_Z}; \quad (7)$$

-визначаємо висоту стиснутої зони та перевіряємо умову

$$x/d = 1.25 \cdot \omega < 0.45. \quad (8)$$

При не виконанні умови (8) приймаємо подвійне армування або збільшуємо висоту перерізу елемента.

-- визначаємо площу перерізу арматури та приймаємо армування:

$$\rho_f = \frac{\omega \cdot f_{cd}}{f_{yd}} > \rho_{\min} = 0.0013. \quad (9)$$

При визначенні площі перерізу арматури за подвійного однакового армування стиснутої та розтягнутої зони необхідно користуватися виразом:

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{0.94 \cdot f_{yd} \cdot d}. \quad (10)$$

При цьому повинна виконуватись умова

$$\rho_f = \frac{A_s}{b \cdot d} > \rho_{\min} = 0.0013. \quad (11)$$

Для позacentрово стиснутих елементів (стін) пропонуємо використовувати модифікований метод розрахункових опорів залізобетону з наступною послідовністю розрахунку армування:

-обраховуємо початковий ексцентриситет $e_0 = M/N$.

-визначаємо відносний початковий ексцентриситет e_0/d .

-обчислюємо розрахунковий опір $f_{zN} = N_{Ed}/bd$.

-визначаємо параметр $k_Z = f_{zM}/f_{cd}$.

-за табл.1 у залежності від параметру k_Z та відносного початкового ексцентриситету e_0/d визначаємо механічний коефіцієнт армування ω .

-вираховуємо площу перерізу арматури $A_s = \frac{\omega f_{cd} bd}{f_{yd}}$.

Таблиця 1.

Значення параметрів k_z для позацинрово стиснутих елементів прямокутного поперечного перерізу із симетричним армуванням, $\lambda \leq 4$ ($\lambda=0$).

Коефіцієнт армування ω	Відносний початковий ексцентриситет прикладання поздовжньої сили e_0/d									
	0.01	0.15	0.30	0.65	1.00	1.50	2.00	3.00	4.00	5.00
0.10	1.16	0.82	0.58	0.21	0.09	0.05	0.03	0.02	0.01	0.01
0.15	1.21	0.88	0.64	0.27	0.13	0.07	0.05	0.03	0.02	0.02
0.20	1.26	0.92	0.68	0.33	0.17	0.09	0.06	0.04	0.03	0.02
0.25	1.31	0.96	0.72	0.38	0.20	0.11	0.08	0.05	0.03	0.03
0.30	1.36	1.00	0.76	0.42	0.24	0.14	0.09	0.06	0.04	0.03
0.35	1.41	1.04	0.79	0.46	0.27	0.16	0.11	0.07	0.05	0.04
0.40	1.46	1.08	0.83	0.50	0.30	0.18	0.12	0.08	0.05	0.04
0.45	1.51	1.11	0.86	0.54	0.33	0.20	0.14	0.08	0.06	0.05
0.50	1.56	1.15	0.90	0.57	0.36	0.22	0.15	0.09	0.07	0.05
0.60	1.66	1.22	0.96	0.62	0.41	0.26	0.18	0.11	0.08	0.06
0.70	1.76	1.28	1.03	0.67	0.46	0.29	0.21	0.13	0.09	0.07
1.00	2.06	1.54	1.22	0.80	0.60	0.40	0.29	0.18	0.13	0.10
2.00	3.06	2.30	1.34	1.22	0.92	0.68	0.54	0.35	0.26	0.21
3.00	4.06	3.07	1.46	1.67	1.26	0.93	0.74	0.52	0.38	0.31

-Для пояснення методики приведемо приклад розрахунку захисної споруди.

Приклад. Обчислити площу робочої арматури стін та перекриття підземного сховища під трьох поверховою каркасно монолітною будівлею. Стіни та перекриття виконані з бетону класу C20/25, $f_{cd}=14.5$ МПа, $\epsilon_{cu}=350 \cdot 10^{-5}$, та сталі класу A500C, $f_{yd}=435$ МПа. Прийняти надмірний тиск повітряної

ударної хвилі ΔP_{ex} , рівним 100 кПа. Висоту поверху будівлі прийняти 3 м. Розрахункова схема будівлі представлена на рис.3.

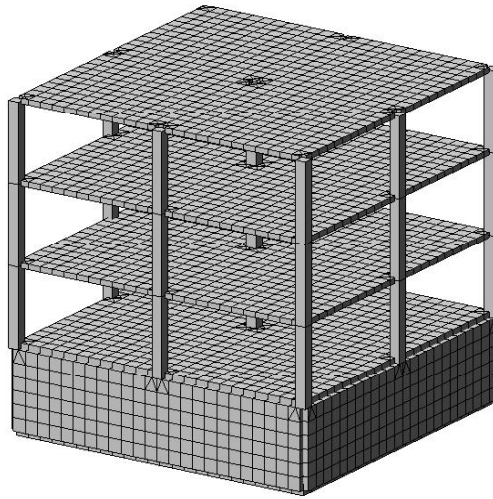


Рис. 3. Розрахункова схема будівлі

Розв'язок.

1.Задаємо всі розрахункові навантаження на надземну частину будівлю: постійні та корисні. Снігові та вітрові навантаження тут ми не приводимо.

2.Задаємо на підземну частину будівлі постійне навантаження від ваги ґрунту, попередньо визначивши коефіцієнт бокового тертя ґрунту. Всі постійні навантаження задаємо у перше завантаження.

3.Сформуємо друге завантаження для корисних навантажень. Прийmemo корисне навантаження 4 кПа на перекриття на всіх поверхах.

4.Попередньо приймаємо товщину стін та перекриття над сховищем рівним 350 мм (для класу бетону C20/25 табл. [4]) із умови не пробиття уламками.

5.Для схеми а рис.14.1[1] за табл.14.1 та табл.14.2 визначимо значення навантажень P1 та P2: $P1 = \Delta P_{ex} = 100$ кПа; $P2 = K_{\sigma} \times \Delta P_{ex} = 1 \times 100$ кПа = 100 кПа. Далі визначаємо горизонтальне квазістатичне навантаження за виразом (2).

6.Сформуємо особливе навантаження від ударної хвилі задавши відповідні значення рівномірно розподіленого тиску на перекриття та стіни.

7.Виконаємо статичний розрахунок в програмі LIRA-SAPR та визначимо зусилля від найбільш не вигідної комбінації зусиль.

8.Найбільші значення зусиль у стінці на 1 п/м: $N_x = 1200$ кН, $M_y = 25$ кН·м.

9.Найбільші значення зусиль у перекритті $M_x = 125$ кН·м.

10.Визначимо необхідну площу армування стіни сховища. Для цього попередньо визначаємо відносний початковий ексцентриситет

$$\frac{e_0}{d} = \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}d} = \frac{25 \times 10^2}{1200 \times 32} = 0.065;$$

Обчислимо необхідний розрахунковий опір залізобетону на стиск та параметр k_z

$$f_{zN} = \frac{N_{Ed}}{bd} = \frac{1200}{100 \times 32} \times 10 = 3.75 \text{ МПа}; \quad k_z = \frac{f_{zM}}{DEF_c \cdot f_{cd}} = \frac{3.75}{1.63 \cdot 14.5} = 0.16.$$

За табл.1 використовуючи інтерполяцію по k_z та відносному початковому ексцентриситету e_0/d , визначаємо $\omega \leq 0,1$.

Обчислимо коефіцієнт армування за (11) з врахуванням динамічного зміцнення за (3):

$$\rho_f = \frac{DEF_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}} \omega = \frac{1.63 \cdot 14.5}{435} \cdot 0.1 = 0,0054.$$

Потрібна площа перерізу арматури:

$$A_s = A_{sc} = \rho_f \times b \times d / 2 = 0,0054 \times 1000 \times 320 / 2 = 869 \text{ mm}^2.$$

За сортаментом приймаємо $5\text{Ø}16 \text{ A500C}$, $A_s = 1005 \text{ mm}^2$. (Тобто $\text{Ø}16 \text{ A500C}$ із кроком 200 мм).

11. Визначимо необхідну площу армування в перекритті. Для цього визначимо необхідний розрахунковий опір залізобетону за формулою (5):

$$f_{zM} = \frac{M_{Ed}}{W_c} = \frac{6M_{Ed}}{bd^2} = \frac{6 \times 125 \times 10^6}{1000 \times 320^2} = 7.32 \text{ МПа};$$

Визначаємо допоміжний параметр за (6) з врахуванням DEF_c за (3):

$$k_z = \frac{f_{zM}}{6 \cdot f_{cd} \cdot DEF_c} = \frac{7.32}{6 \cdot 14.5 \cdot 1.63} = 0.052.$$

Визначаємо механічний коефіцієнт армування за (7):

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot k_z} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0.052} = 0.053;$$

Визначаємо висоту стиснутої зони за (8):

$$x/d = 1.25 \cdot \omega = 1.25 \cdot 0.053 = 0.067 < 0.45.$$

Визначаємо площу перерізу арматури за (9) з врахуванням DEF_c та приймаємо армування:

$$\rho_f = \frac{\omega \cdot f_{cd} \cdot DEF_c}{f_{yd}} = \frac{0.053 \cdot 14.5 \cdot 1.63}{435} = 0.0029 > \rho_{\min} = 0.0013.$$

$$A_s = \rho_f \cdot b \cdot d = 0.0029 \cdot 1000 \cdot 320 = 921,5 \text{ mm}^2.$$

За сортаментом приймаємо $5\text{Ø}16 \text{ A500C}$, $A_s = 1005 \text{ mm}^2$. (Тобто $\text{Ø}16 \text{ A500C}$ із кроком 200 мм).

Розрахунок перекриття на ударні навантаження від вище лежачих конструкцій перекриття проводити не потрібно. Вважається що одне монолітне перекриття при частковому падінні створює еквівалентний тиск у 10 кПа, таким чином максимальний тиск від падіння верхніх перекриттів на перекриття сходища може скласти 30 кПа, що значно менше 100 кПа на які й виконувались попередні розрахунки.

Висновки.

Показано, що квазістатичний метод розрахунку є найменш точним, але найбільш доступним для проектувальників. Показано методику визначення армування стін та перекриттів типових будівель захисних споруд при розрахунку на дію ударної вибухової повітряної хвилі при дії звичайних засобів ураження. При цьому застосовано квазістатичний метод для визначення зусиль і метод розрахункових опорів залізобетону для визначення необхідного армування. В розрахунках застосовано коефіцієнт динамічного зміцнення DEF_c. Наведено покроковий алгоритм розрахунку захисної споруди та приклад розрахунку її огорожуючих конструкцій.

1. Unified Facilities Criteria (2008), “UFC 3-340-02 Structures to Resist the Effects of Accidental Explosions“. U.S. Army Corps of Engineers, Naval Facilities Engineering Command, Air Force Civil Engineer Support Agency.

2. Kingery C. N., Bulmash G., (1984) “Technical report ARBRL-TR-02555: Air blast parameters from TNT spherical air burst and hemispherical burst”, AD-B082 713, U.S. Army Ballistic Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground, MD.

3. Yan S., Wang J.-H., Wang D., Zhang L. Mechanism analysis on progressive collapse of RC frame structure under blast effect. Gongcheng Lixue / Engineering Mechanics. 2009. No.26 (SUPPL. 1). Pp.119–123, 129.

4. ДБН В.2.2-5:2023 Захисні споруди цивільного захисту.

5. Rizak, V., Kochkarev, D., Azizova, A., Galinska, T. Approximation Models of the Method of Design Resistance of Reinforced Concrete for Bending Elements with Double and Multirow Reinforcement. Lecture Notes in Civil Engineering, 2023, 299, pp. 285–292.

6. Kosior-Kazberuk, M., Kochkarev, D., Azizov, T., Galinska, T. Approximation Model of the Method of Design Resistance of Reinforced Concrete for Bending Elements (2022) Lecture Notes in Civil Engineering, 2022, 181, pp. 245-254.

7. D Kochkarev, T. Azizov, T. Galinska. Design of effective statically indeterminate reinforced concrete beams // (2020) Lecture Notes in Civil Engineering, 73, pp. 83-93.

8. Hakan Hansson. Warhead penetration in concrete protective structures. Licentiate Thesis. – Stockholm, 2011. – 188 c.