

**ВИЗНАЧЕННЯ СІМЕЙСТВА ЖОРСТКОСТІ ПРОМІЖНОГО ШАРУ  
ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ЕФЕКТИВНОЇ ТОВЩИНИ БАГАТОШАРОВИХ  
СКЛЯНИХ ПЛИТ**

**DETERMINATION OF INTERLAYER STIFFNESS FAMILY FOR  
CALCULATING THE EFFECTIVE THICKNESS OF MULTILAYERED  
GLASS PLATES**

**Осадчук Т.Ю., к.т.н.,** ORCID ID: 0000-0002-8686-7056 (Львівський національний університет природокористування); **Фамуляк Ю.Є., к.т.н., доц.,** ORCID ID: 0000-0003-3044-5513 (Львівський національний університет природокористування); **Регуш А.Я., к.т.н., доц.,** ORCID ID: 0000-0003-1427-4515 (Львівський національний університет природокористування); **Буханец Д., к.т.н.,** ORCID ID: 0000-0002-2777-8272 (Університет економіки в Бидгощі)

**Osadchuk T.Yu., CSc(Eng.),** ORCID ID: 0000-0002-8686-7056 (Lviv National Environmental University); **Famuliak Yu.Ye., CSc(Eng.), Assoc. prof.,** ORCID ID: 0000-0003-3044-5513 (Lviv National Environmental University); **Regush A.Ya., CSc(Eng.), Assoc. prof.,** ORCID ID: 0000-0003-1427-4515 (Lviv National Environmental University); **Buchanec D., CSc(Eng.),** ORCID ID: 0000-0002-2777-8272 (WSG University in Bydgoszcz)

Представлено особливості визначення коефіцієнта передавання зсуву  $\omega$  проміжного шару для багатошарових скляних плит згідно з EN16613 (2019). Коефіцієнти прийняті для різних випадків навантаження та сімейств жорсткості проміжних шарів на основі пружних властивостей плівки EVASAFE. Обчислено величини, необхідні для розрахунку ефективної товщини згідно з EN16612 (2019).

The main parameters of polymer interlayers in multilayered glass plates are considered. The values of tensile modulus of interlayer isotropic material for specific load cases are calculated. In design practice, concept of effective thickness is used. Individual provisions of method are presented.

Exact calculation of stresses and deflections of laminated glass is difficult. The main methods of calculating are: 1) analytical calculation using the «effective thickness method». This calculation method is presented in European Standard EN 16612 and American Standard ASTM E 1300. Other models of «effective thickness» are presented in the studies of L. Galuppi, G. Royer-Carfagni and S.J. Bennison; 2) numerical modeling using the finite element method. Structural behaviour of laminated glass elements can be modeled by a layered shell element.

To calculate the load-bearing capacity and deflections of multilayered glass plates, the calculation method based on the concept of effective thickness according to EN 16612 can be used. The effective thickness method provides an equivalent monolithic thickness based on the interlayer properties and glass geometry. This method offers two separate equations for the Ultimate Limit State (ULS) and the Serviceability Limit State (SLS). Thus, the effective thickness can be determined for both stress and deflection calculations.

The interlayer is viscoelastic, and its tensile modulus  $E_L$  and shear modulus  $G_L$  can vary significantly at different temperatures  $T$  and load durations  $t$ . The value of  $\omega$ , which is used for a specific layer and a specific load case, depends on interlayer stiffness family. Interlayer stiffness family is determined by the modulus value for the highest temperature in the range and for a specific load case. Interlayer stiffness families and equivalent values of  $\omega$  are given in EN 16613. The greater the shear resistances, the more effectively the glass plies couple and resist deformation under loading.

**Ключові слова:** багатошарові (ламіновані) скляні плити, ефективна товщина, коефіцієнт передавання зсуву, сімейство жорсткості.  
multilayered (laminated) glass plates, effective thickness, shear transfer coefficient, stiffness family.

**Вступ.** Конструктивні елементи з багатошарового скла використовують у мостах, житлових і громадських будівлях. Їх переваги у порівнянні з конструкціями з інших матеріалів – це: екологічність, енергоефективність, звукоізоляційні властивості, здатність витримувати різні експлуатаційні навантаження (механічні, кліматичні та інші). Завдяки прозорості такі конструкції здобувають все більшу популярність у всьому світі (оглядові майданчики «Grand Canyon Skywalk» та «Skydeck» в США, скляні мости у Китаї, численні покриття та перекриття у будівлях різного призначення, тощо). Шари у багатошарових скляних конструкціях виготовляють із звичайного, термозміцненого або загартованого скла. Як проміжний шар, у таких конструкціях використовують етиленвінілацетатні (EVA), полівінілбутиральні (PVB) та іонопластичні плівки.

**Аналіз останніх досліджень.** Дослідження роботи на згин багатошарових скляних плит представлено у роботах Т.Ю. Осадчука, Б.Г. Демчини [1-4]. У статті П. Форабощі [5] у табличній формі наведено метод проектування та вибору матеріалів для багатошарових скляних плит, опертих по контуру, під дією рівномірно розподіленого навантаження. В європейських нормах EN16612 (2019) [6] та EN16613 (2019) [7] представлено метод ефективної товщини (*англ.* Effective Thickness method) для багатошарових скляних конструкцій. Л. Галуппі та Дж. Ройер-Карфаньї запропонували метод вдосконаленої ефективної товщини (*англ.* Enhanced Effective Thickness (EET) method), який, спочатку, стосувався двошарових скляних балок [8] і плит [9],

а згодом – і багатошарових конструкцій [10]. В американських нормах ASTM E1300 [11] та роботах С.Дж. Беннісона [12-14] наведено модель ефективної товщини Вельфеля-Беннісона (*англ.* Wölfel-Bennison (W-B) Effective Thickness), яка враховує двошарову конструкцію.

**Постановка мети і задач досліджень.** *Мета* – визначити необхідні параметри для обраного типу проміжного шару, необхідні для розрахунку несучої здатності та прогинів багатошарових скляних плит на основі методики ефективної товщини. Для досягнення поставленої мети були сформульовані такі завдання: 1) розглянути окремі положення методики розрахунку ефективної товщини згідно з EN16612 (2019) [6] та EN16613 (2019) [7]; 2) визначити сімейство жорсткості для обраного типу проміжного шару; 3) провести аналіз отриманих даних.

**Властивості проміжного шару.** Розглянемо основні властивості проміжних шарів для багатошарових скляних конструкцій на прикладі полімерної плівки EVASAFE® Bridgestone™. Це в'язко-пружна плівка типу етиленвінілацетатна (EVA). Серед її переваг: безпечність; унікальні оптичні властивості; простота в застосуванні, зберіганні та обробці; вологовідштовхувальні властивості; відмінна сумісність з полімерами та іншими художніми вставками; відсутність пластифікаторів.

У табл. 1 представлені властивості полімерних плівок EVASAFE після тверднення в процесі ламінування.

Таблиця 1

Властивості полімерних плівок EVASAFE згідно з даними компанії Bridgestone [15, с.74]

Величина	Од. вим.	G71	G77	S11	S88
Густина $\rho$ <sup>1</sup>	г/см <sup>3</sup>	0,95	0,95	0,95	0,95
Коеф. теплового розширення $\alpha_T$ <sup>2</sup>	1/К	$3,0 \times 10^{-3}$	$3,0 \times 10^{-3}$	-	-
Міцність $\sigma_B$ <sup>2</sup>	МПа	>10	>10	>12	>16
Відносне подовження при розриві $\varepsilon_B$	%	>500	>500	>800	>950
Ступінь зчеплення	%	93-97	93-97	85-90	85-90
Температура склування $T_g$	°C	-28	-28	-28	-28
Температура плавлення $T_m$	°C	79	74	≈75	≈75
<sup>1</sup> ASTM D1505 [28]; <sup>2</sup> DIN EN ISO 527-1 [74]					

Допустимі значення модуля зсуву G для плівок EVASAFE в твердому стані в залежності від типу та умов навантаження згідно з технічним свідоцтвом DIBt [16] представлені у табл. 2.

Лінійні пружні властивості плівок EVASAFE  
згідно з технічним свідоцтвом DIBt [16, с.9-11]

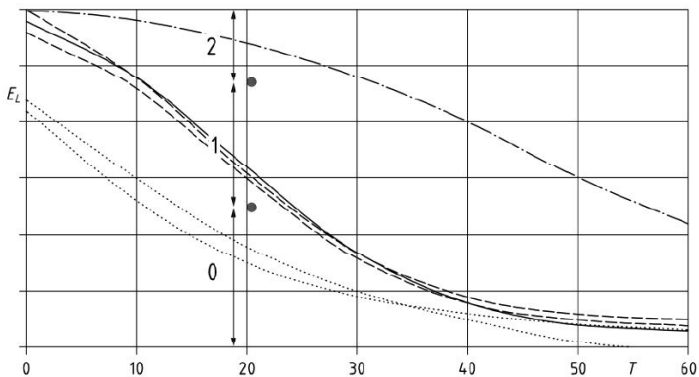
Випадки та умови навантажень	Модуль зсуву	Коефіцієнт Пуассона	Модуль пружності
	$G$ , Н/мм <sup>2</sup>	$\nu$	$E$ , Н/мм <sup>2</sup>
60°C, тривалість 1 год	0,8	0,45	2,32
50°C, тривалість 1 год	1,4	0,45	4,06
40°C, тривалість 1 год	2,0	0,45	5,80
30°C, тривалість 1 год	2,5	0,45	7,25
25°C, застосування – фасадне та всередині, навантаження від вітру	3,6	0,45	10,44
50°C, застосування – фасадне, горизонтальне корисне навантаження від людей	1,4	0,45	4,06
50°C, застосування – фасадне, лінійне та вітрове навантаження	1,6	0,45	4,64
30°C, застосування – всередині, навантаження – лінійне, тривалість 1 год	2,5	0,45	7,25
30°C, застосування – всередині, навантаження – лінійне та вітрове	3,0	0,45	8,70
застосування у покритті, навантаження від снігу	2,5	0,45	7,25
під дією навантаження протягом довгого часу	0	0,45	0

Згідно з EN16613 (2019) [7, с.7] для плівки з ізотропного матеріалу залежність між величинами  $G_L$  та  $E_L$  (див. табл. 2) відповідає рівнянню (1):

$$G_L = \frac{E_L}{2(1+\nu)}, \quad (1)$$

де  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона.

**Визначення сімейства жорсткості проміжного шару.** Використання поняття «сімейства жорсткості» дозволяє уникнути характеристик проміжних шарів за допомогою властивостей окремих продуктів [7, с.18]. Графіки залежності модуля пружності  $E_L$  від температури  $T$  для різних матеріалів проміжних шарів представлено на рис. 1.



- 0 – акустичні проміжні матеріали з PVB;  
 1 – проміжні матеріали з PVB для багатшарового скла в будівництві;  
 2 – проміжний шар з іонопласту

Рис. 1. Сімейства жорсткості проміжних шарів  
 (згідно з рис. С.1 EN16613 (2019) [7, с.18])

Кожен проміжний шар має свій коефіцієнт передавання зсуву між шарами  $\omega$  [6, с.49], який обирають для ряду різних умов навантаження відповідно до методу випробування та оцінки згідно з EN 16613[7]. Умови навантаження наведені в таблиці 3.

Таблиця 3

Умови навантаження <sup>1</sup>

№	Тип навантаження	Тривалість $t$	Температурний діапазон <sup>2</sup>
1	2	3	4
1	Пориви вітру (середземноморські райони)	3 с	0 °С < 9 < 35 °С
2	Пориви вітру (інші райони)	3 с	0 °С < 9 < 20 °С
3	Вітрові бурі (середземноморські райони)	10 хв	0 °С < 9 < 35 °С
4	Вітрові бурі (інші райони)	10 хв	0 °С < 9 < 20 °С
5	Навантаження на балюстраду – без скупчення людей (будівлі категорій А, В, С1 і Е)	30 с	0 °С < 9 < 30 °С <sup>3</sup>
6	Навантаження на балюстраду - скупчення людей	5 хв	0 °С < 9 < 30 °С <sup>3</sup>
7	Експлуатаційне навантаження	30 хв	0 °С < 9 < 40 °С
8	Снігове навантаження – зовнішні навіси та дахи неопалюваних будівель	3 тижні	-20 °С < 9 < 0 °С

Продовження табл. 3

1	2	3	4
9	Снігове навантаження – дахи опалюваних будівель	5 днів	-20 °С < 9 < 20 °С
10	Зміни тиску в порожнині в склопакетах: літо	6 год	20 °С < 9 < 40 °С
11	Зміни тиску в порожнині в склопакетах: зима	12 год	-30 °С < 9 < 20 °С
12	Постійне	50 років	-20 °С < 9 < 60 °С

<sup>1</sup> На основі табл. D.2 EN16612 (2019) [6, с.50] та табл. 1 EN16613 (2019) [7, с.50].  
<sup>2</sup> Наведені вище діапазони температур підібрані для врахування більшості ситуацій. За особливих умов можна розглянути інші діапазони температур.  
<sup>3</sup> Температура на зовнішніх балюстрадах може бути вище зазначеної.

Проміжний шар відносять до певного сімейства жорсткості залежно від типу навантаження та значення модуля пружності  $E_L$  для найвищої температури  $T$  з діапазону для даного типу навантаження [7, с.11]. У табл. 4 представлено основні дані згідно з табл. 2...13 EN16613 (2019) [7], необхідні для визначення сімейства жорсткості проміжного шару.

Таблиця 4

Визначення сімейства жорсткості проміжного шару<sup>1</sup>

Випадок навантаження <sup>2</sup>	$t$	$T_{\text{макс.}}$ , °С	Сімейства					
			0		1		2	
			$E_L$ , МПа	$\omega$	$E_L$ , МПа	$\omega$	$E_L$ , МПа	$\omega$
1	3 с	35	< 1	0	1...20	0,1	> 20	0,5
2	3 с	20	< 10	0	10...100	0,3	> 100	0,7
3	10 хв	35	< 1	0	< 1	0	> 1	0,1
4	10 хв	20	< 1	0	1...20	0,1	> 20	0,5
5	30 с	30	< 1	0	1...20	0,1	> 20	0,5
6	5 хв	30	< 1	0	1...10	0,1	> 10	0,3
7	30 хв	40	< 1	0	< 1	0	> 1	0,1
8	3 тижні	0	< 1	0	1...10	0,1	> 10	0,3
9	5 днів	20	< 1	0	< 1	0	> 1	0,1
10	6 год	40	< 1	0	< 1	0	> 1	0,1
11	12 год	20	< 1	0	1...10	0,1	> 10	0,3
12	50 років	60	< 1	0	< 1	0	< 1	0

<sup>1</sup> На основі табл. 2...13 EN16613 (2019) [7, с.11-13].<sup>2</sup> Випадок навантаження у табл. 4 відповідає порядковому номеру для типів навантаження, представлених у табл. 3.

Якщо властивості проміжного шару не були визначені відповідно до EN16613, тоді матеріал слід розглядати як приналежний до сімейства жорсткості 0 [6, с.50].

**Результати досліджень.** У табл. 5 представлено результати обчислених значень модуля пружності  $E_L$ , обраного сімейства жорсткості та відповідного значення коефіцієнта передавання зсуву  $\omega$  для окремих випадків навантаження, характерні для плівок EVASAFE.

Таблиця 5

Визначення сімейства жорсткості проміжного шару та відповідного значення  $\omega$  для плівки типу EVASAFE

Випадок навантаження	$E_L$ , МПа	Сімейство жорсткості	$\omega$
Вітрове навантаження (середземноморські райони) <sup>1</sup>	8,70	1	0,1
Навантаження від людей на балюстраду - нормальний вплив <sup>2</sup>	10,76	1	0,1
Навантаження від людей на балюстраду - натовпи <sup>2</sup>	9,76	1	0,1
Скло під час ходьби при технічному обслуговуванні <sup>2</sup>	8,00	2	0,1 <sup>3</sup>
Снігове навантаження – зовнішні навіси <sup>1</sup>	7,25	1	0,1
Снігове навантаження – дахи <sup>1</sup>		2	0,1
Постійне навантаження <sup>1</sup>	0	0, 1, 2	0

<sup>1</sup> На основі значень  $G$  згідно з DIBt [16, с.9-11]  
<sup>2</sup> На основі значень  $G$  згідно з [17, с.23-25]  
<sup>3</sup> Значення  $\omega$  прийнято згідно з [18, с.405; 19]

**Висновки та рекомендації.** У всіх методах ефективною товщини використовують коефіцієнт передавання зсуву ( $\omega$  або  $\Gamma$ ). Ефективна товщина наближається до випадку монолітної конструкції з ідеальним з'єднанням між скляними шарами для жорстких проміжних шарів ( $\omega \rightarrow 1$ ) або випадку розшарування із скляними шарами без тертя для податливих проміжних шарів ( $\omega \rightarrow 0$ ). В європейських нормах  $\omega$  обирають, виходячи з приналежності матеріалу плівки до певного сімейства жорсткості проміжного шару (0, 1 або 2). Класифікацію проводять на основі значень модуля пружності  $E_L$ , знайденого через модуль жорсткості зсуву плівки  $G_L$ , для певних умов навантаження та цілей використання.

З табл. 5 видно, що проміжні шари із плівки EVASAFE відповідають сімействам жорсткості 1 та 2 для різних випадків навантажень з відповідними значеннями коефіцієнта передавання зсуву  $\omega$ . Для розрахунків рекомендуємо приймати  $\omega = 0,1$ . Отримані результати мають практичне значення. Вони можуть бути використані для розрахунку ефективної товщини згідно з EN16612 (2019) [6] та EN16613 (2019) [7] для багатошарових плит та балок.

В подальшому є необхідність перевірки методики ефективної товщини у поєднанні з теорією пружних пластин з результатами експериментальних досліджень багатошарових скляних плит та розробці рекомендацій для інженерних розрахунків.

1. Осадчук Т.Ю., Демчина Б.Г. Дослідження міцності багатошарових скляних плит, які працюють на згин від зосередженого навантаження штампом. *Будівельне виробництво: міжвідомчий науково-технічний збірник*. Київ: НДІБВ, 2016. № 60. С.58–63.

Osadchuk T.Yu., Demchyna B.H. Doslidzhennia mitsnosti bahatosharovykh sklianykh plyt, yaki pratsiuiut na zghyn vid zoseredzhenoho navantazhennia shtampom. *Budivselne vyrobnytstvo: mizhvidomchyi naukovo-tekhnichnyi zbirnyk*. Kyiv: NDIBV, 2016. № 60. S.58–63.

2. Осадчук Т.Ю., Демчина Б.Г. Дослідження деформацій багатошарових скляних плит за допомогою кореляції цифрових зображень. *Науково-технічний збірник «Комунальне господарство міст». Серія: Технічні науки та архітектура*. Харків: ХНУМГ ім. О.М. Бекетова, 2017. Випуск 134. С.153–163.

Osadchuk T.Yu., Demchyna B.H. Doslidzhennia deformatsii bahatosharovykh sklianykh plyt za dopomohoiu korelyatsii tsyfrovyykh zobrazhen. *Naukovo-tekhnichnyi zbirnyk «Komunalne hospodarstvo mist»*. Seriya: Tekhnichni nauky ta arkhitektura. Kharkiv: KhNUMH im. O.M. Beketova, 2017. Vypusk 134. S.153–163.

3. Демчина Б., Осадчук Т. Результати експериментальних досліджень опертих по чотирьох кутах скляних плит з різними типами скла, які працюють на згин. *Вісник Львівського національного аграрного університету. Серія: Архітектура і сільськогосподарське будівництво*. Львів: ЛНАУ, 2018. № 19. С. 57–60. <https://doi.org/10.31734/architecture2018.19.057>.

Demchyna B., Osadchuk T. Rezultaty eksperymentalnykh doslidzhen opertykh po chotyrokht kutakh sklianykh plyt z riznyomu typany skla, yaki pratsiuiut na zghyn. *Visnyk Lvivskoho natsionalnoho ahrarnoho universytetu. Seriya: Arkhitektura i silskohospodarske budivnytstvo*. Lviv: LNAU, 2018. № 19. S. 57–60. <https://doi.org/10.31734/architecture2018.19.057>.

4. Демчина Б.Г., Осадчук Т.Ю., Піндак К.О. Чисельне моделювання напружено-деформованого стану скляних багатошарових плит у програмі RFEM. *Ефективні технології і конструкції в будівництві та архітектура села. Розробка інноваційних моделей екоселень Прикарпаття та Карпат: тези доповідей Міжнародної науково-практичної конференції* (м. Дубляни, 15–17 травня 2019 року). Дубляни, 2019. С.83–84.

Demchyna B.H., Osadchuk T.Yu., Pindak K.O. Chyselne modeliuвання napruzhenodeformovanoho stanu sklianykh bahatosharovykh plyt u prohrami RFEM. *Efektivni tekhnologii i konstruktzii v budivnytstvi ta arkhitektura sela. Rozrobka innovatsiynykh modelei ekoposelen Prykarpattia ta Karpat: tezy dopovidei Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii* (m. Dubliany, 15–17 travnia 2019 roku). Dubliany, 2019. S.83–84.



5. Foraboschi P. Optimal design of glass plates loaded transversally. *Materials & Design* (1980-2015). 2014. Vol. 62. pp. 443-458. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2014.05.030>
6. EN 16612:2019. Glass in building. Determination of the lateral load resistance of glass panes by calculation.
7. EN 16613:2019. Glass in building. Laminated glass and laminated safety glass. Determination of interlayer viscoelastic properties.
8. Galuppi L., Royer-Carfagni G. Effective thickness of laminated glass beams: New expression via a variational approach. *Engineering Structures*. 2012. Vol. 38. pp. 53-67. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2011.12.039>.
9. Galuppi L., Royer-Carfagni G., The effective thickness of laminated glass plates, *Journal of Mechanics of Materials and Structures*. 2012. Vol. 7. pp. 375-400. <https://doi.org/10.2140/jomms.2012.7.375>
10. Galuppi L., Royer-Carfagni G., Enhanced Effective Thickness of Multi-Layered Laminated Glass, *Composites: Part B*. 2014. Vol. 64. pp. 202–213.
11. ASTM E1300-16. Standard Practice for Determining Load Resistance of Glass in Buildings. <https://doi.org/10.1520/E1300-16>.
12. Bennison S.J., Serruys F. Designing the Grand Canyon's new laminated glass walkway. *Glass Performance Days: Conference proceedings*, Tampere, Finland, 15 - 18 June 2007. pp. 333-335.
13. Bennison S.J., Smith C., Van Duser A., Jagota A. Strength of Laminated Safety Glass. *Glass Processing Days: Conference proceedings*, Tampere, Finland, 18-21 June 2001.
14. Bennison S.J., Smith C., Van Duser A., Jagota A. Structural performance of laminated glass made with a «stiff» interlayer. *The Use of Glass in Buildings* / ed. V. Block. West Conshohocken, PA: ASTM International, 2002. pp. 57-65. <https://doi.org/10.1520/STP11056S>.
15. Kuntsche J.K. Mechanisches Verhalten von Verbundglas unter zeitabhängiger Belastung und Explosionsbeanspruchung: Mechanical behaviour of laminated glass under time-dependent and explosion loading. Springer-Verlag, 2015. 254 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-48831-7>.
16. DIBt: Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung Nr. Z-70.3-197: Verbund-Sicherheitsglas mit einer Verbundfolie der Produktfamilie EVASAFE mit Ansatz eines Schubverbundes, Deutsches Institut für Bautechnik (DIBt), 27.03.2014.
17. Goebel H. Laminated safety glass with densely cross-linked EVA-based interlayer load-bearing capability. *Rivista della Stazione Sperimentale del Vetro*. 2013. №2, Vol.43. pp. 22-25.
18. Stevels W., D'Haene P., Zhang P., Haldeman S. A Comparison of Different Methodologies for PVB Interlayer Modulus Characterization. *Challenging Glass Conference Proceedings*. 2016. Vol 5. pp. 399-410. <https://doi.org/10.7480/cgc.5.2266>.
19. Stevels W. PVB Interlayer Modulus properties in contemporary European standards. *Proceedings Glass Performance Days*, Tampere, Finland, 2019. pp. 56-60.