

**ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МОМЕНТУ УТВОРЕННЯ ТРІЩИН У ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЯХ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПК «САПФІР»**

**NUMERICAL SIMULATION OF THE CRACK FORMATION MOMENT IN REINFORCED CONCRETE STRUCTURES WITH USING SE "SAPFIR"**

Дмитренко Є.А., к.т.н., ст. викладач, ORCID: 0000-0001-9737-943X (ТОВ «ЛІРА САПР», м. Київ, Національний університет біоресурсів і природокористування України, м. Київ), Яковенко І.А., д.т.н., доц., ORCID: 0000-0003-4256-9855, (Національний університет біоресурсів і природокористування України, м. Київ).

**Dmytrenko Ye., Candidate of Engineering Sciences, senior lecturer, ORCID: 0000-0001-9737-943X (LLC «LIRA SAPR», Kyiv, National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Kyiv), Yakovenko I., Doctor of Engineering Sciences, Ass. Prof., ORCID: 0000-0003-4256-9855, (National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Kyiv).**

Розглянуті та проаналізовані особливості підходів до розрахунку моменту тріщиноутворення нормальних перерізів залізобетонних конструкцій за нелінійною деформаційною моделлю згідно діючих нормативних документів України та ближнього зарубіжжя та їхній вплив на результати розрахунку за розкриттям тріщин.

This article is devoted to the analysis of the influence of the calculation method of the crack formation moment  $M_{cre}$  in frames of nonlinear deformation model on the crack resistance of cross section and the width of cracks' opening according to foreign and Ukrainian building codes. The considered stress-strain state is flat eccentric compression / tension.

The first method is to take the value of the longitudinal force equal to the external force  $N$ , and calculate the crack formation oment  $M_{cre}$  at which the criterion of crack formation is achieved. With this method of calculation, the longitudinal force is assumed to be static.

The second method is to take the eccentricity of the external forces  $e_0$  constant and calculate the limiting forces of crack formation  $N_{cre}$ ,  $M_{cre}$ . In this case, the eccentricity  $e_0$  is assumed to be static.

To achieve this goal, a numerical study of the typical rectangular cross-section of the reinforced concrete rod element was performed, taking into account the

**physical nonlinearity of the materials for different types of load combinations. The section is reinforced with 4 rods of  $\varnothing 14$  mm. Reinforcement class is A400C, concrete class - C16/20. The methods of calculating the crack formation moment  $M_{crc}$  and the eccentricity of the external forces  $e_0$  from  $0.25 \cdot h$  to  $8 \cdot h$  were varied.**

**For the numerical study of this problem was chosen "Cross Sections' Designer" SE "SAPFIR-3D". To determine the degree of influence of the method of calculating the crack formation moment  $M_{crc}$  on the width of cracks' opening according to foreign building codes, stresses after the cracks' formation  $\sigma_{s,crc}$  were additionally calculated.**

**Ключові слова:**

Нелінійна деформаційна модель, тріщиноутворення, напруження, зусилля, деформація, залізобетон.

Nonlinear deformation model, crack formation, stress, force, deformation, reinforced concrete.

**Вступ.** Реалізація алгоритмів розрахунку залізобетонних конструкцій, представлених у вітчизняних [1, 2] та зарубіжних нормативних документах [3, 4] у сучасних програмних комплексах щодо визначення параметрів напружено-деформованого стану та подальшого конструювання (зокрема, ПК «ЛІРА САПР») є доволі громіздким та вельми актуальним явищем. У процесі моделювання виникають труднощі, пов'язані із коректним тлумаченням їхніх положень. Прийняття та подальше застосування тих чи інших положень безпосередньо впливає на результати розрахунку і, як наслідок, на відсоток армування небезпечних перерізів елементів конструкцій, які можуть суттєво відрізнятись між собою. Це виникає частково через те, що деякі пункти вищевказаних норм є недостатньо повно висвітленими або є сформульованими неоднозначно. У першу чергу, процес моделювання обумовлюється складністю та багатоваріантністю існуючих розрахункових моделей, до яких можна віднести нелінійну деформаційну модель (НДМ). Її реалізація передбачає використання інструментарію сучасних мов програмування та ЕОМ.

Подібна ситуація виникає при розрахунку моменту тріщиноутворення нормального перерізу залізобетонних конструкцій за НДМ і подальших розрахунках, спрямованих на визначення ширини розкриття тріщин. Дана стаття присвячена аналізу існуючої проблеми та визначенню ступеню її впливу на кінцевий результат розрахунку у ПК «Сапфір» .

**Аналіз останніх досліджень.** Чисельні дослідження, які базуються на методі скінченних елементів відіграють важливу роль при дослідженні напружено-деформованого стану перерізів будівельних конструкцій та їхня кількість останні роки тільки збільшується. Вони використовуються в якості

додаткового інструмента для верифікації аналітичних моделей [5], основного інструментарію розрахункового аналізу [6, 7].

Подібні дослідження у сучасних розрахункових САПР міцнісного аналізу представляють особливий інтерес та надають можливість отримання всіх необхідних характеристик, які потім необхідно уточнити шляхом проведення фізичного експерименту [8].

При розрахунку нормальних перерізів залізобетонних конструкцій за граничними станами другої групи у відповідності до ДБН [1], СП [3] виникає необхідність обчислення моменту утворення тріщин  $M_{crc}$ , який дозволяє визначити чи утворюються тріщини у перерізі від заданого навантаження – шляхом порівняння зовнішнього моменту  $M$  і моменту тріщиноутворення  $M_{crc}$  (рис. 1).

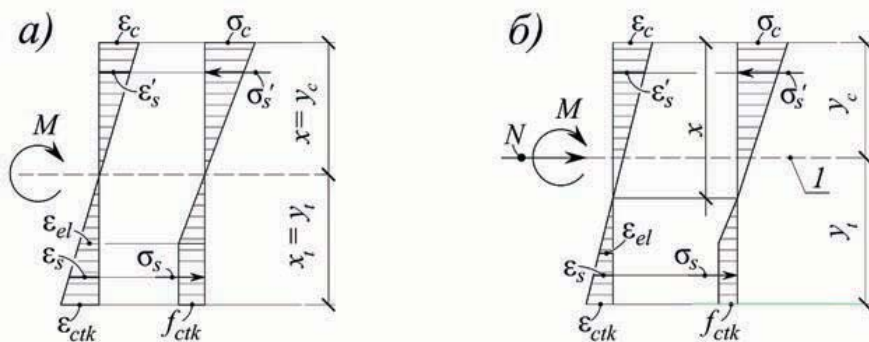


Рис 1. Схема напружено-деформованого стану (НДС) перерізу елемента при перевірці утворення тріщин при дії згинального моменту (а), згинального моменту і поздовжньої сили (б):  $l$  – рівень центра ваги приведенного поперечного перерізу

Як відомо, відповідно до діючих нормативних документів, його можна визначати за двома методиками:

1) за допомогою спрощеної методики ядрових моментів за формулами:

$$M_{crc} = f_{ctm} \cdot W_{pl} \pm N \cdot e_x, \quad (1)$$

$$N_{crc} = f_{ctm} \cdot A_{red} \quad (2)$$

2) за допомогою більш загальної методики – нелінійної деформаційної моделі (НДМ), а саме, шляхом вирішення системи нелінійних рівнянь рівноваги між внутрішніми та зовнішніми зусиллями, які діють на переріз. Система рівнянь для плоского позacentрового стиску (або розтягу) (друга форма рівноваги) має вигляд:

$$\begin{cases} \frac{b \cdot E_{cd} \cdot \varepsilon_{c(1)}^2}{2 \cdot \chi} + \sum_{i=1}^n A_{si} \cdot \sigma_{si} - N = 0, \\ \frac{b \cdot E_{cd} \cdot \varepsilon_{c(1)}^3}{3 \cdot \chi^2} + \sum_{i=1}^n A_{si} \cdot \sigma_{si} \cdot \frac{\varepsilon_{c(1)} - \chi \cdot z_{si}}{\chi} - M = 0, \end{cases} \quad (3)$$

Перевагою першої методики є те, що розрахунки за нею можна легко виконати аналітично і відносно швидко. Але істотним її недоліком є те, що її розповсюдження можливо виконувати лише для доволі обмежених випадків плоского НДС перерізу, а саме – плоского згину, чи позацентрального стиску (або розтягу), рис. 1. Обмеження є також на типи перерізів, які можна розраховувати за нею.

До переваг другої методики слід віднести можливість виконання розрахунку перерізу практично будь-якої складності і у загальному випадку НДС, а саме при косому позацентральному стиску (або розтягу), рис. 2. Але наведений варіант розрахунку можливо виконати лише за допомогою ЕОМ – шляхом використання чисельних методів для пошуку наближеного рішення, аналітично його виконати практично неможливо.

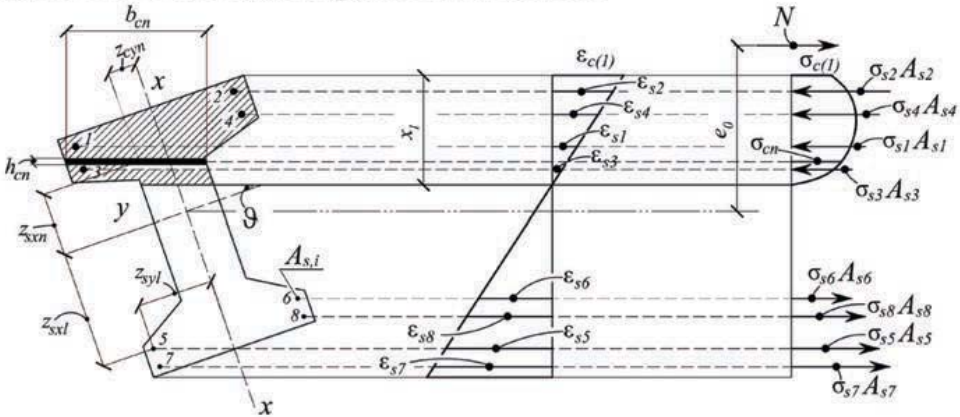


Рис. 2. Розрахункова схема до визначення напружено-деформованого стану залізобетонного перерізу при двохосьовому впливі згинальних моментів та поздовжніх сил

Однак, при виконанні розрахунків за другою методикою виникає деяка невизначеність, яка недостатньо освітлена у сучасних нормативних документах [1-3] та численних практичних посібниках до них [4, 9–10].

**Постановка мети і задач дослідження.** Вона виникає у випадку розрахунку перерізу на позацентральному стиск/розтяг (плоский чи просторовий, при дії, як мінімум двох зусиль – поздовжньої сили  $N$  та

моменту  $M$ ). Проявляється саме у тому, що задачу розрахунку моменту тріщиноутворення  $M_{crc}$  можна вирішити, щонайменше двома способами, при виборі яких має бути врахована історія навантаження елемента та зокрема перерізу, а саме, характер зміни НДС перерізу до утворення тріщин.

Перший спосіб полягає у тому, щоб прийняти значення поздовжньої сили таким, що дорівнює  $N$ , і підбирати граничний момент  $M_{crc}$ , при якому досягається критерій тріщиноутворення  $\varepsilon_{ctu}$ . При такому способі розрахунку  $N$  передбачається за статичне.

Цей спосіб широко проілюстрований у посібниках до вітчизняних [9,10], а також зарубіжних норм [4]. Але він націлений на ілюстрацію першої, спрощеної методики розрахунку  $M_{crc}$  вручну (форм. (1), (2)), яка не передбачає вирішення систем рівнянь рівноваги НДМ і врахування одночасної дії двох силових факторів  $N$ ,  $M$ .

Характер НДС перерізу при цьому при дії зовнішньої (початкової) комбінації зусиль  $N_{ed}$  та  $M_{ed}$  може відрізнятися від підсумкової  $N_{ed}$  та  $M_{crc}$ .

Другий спосіб полягає у тому, щоб прийняти ексцентриситет дії зовнішніх зусиль  $e_0$  постійним і підбирати граничні зусилля тріщиноутворення  $N_{crc}$ ,  $M_{crc}$ .

У цьому випадку ексцентриситет  $e_0$  передбачається за статичний, фіксований, такий, що не змінюється. При цьому враховується одночасність збільшення внутрішніх зусиль  $N_{ed}$ ,  $M_{ed}$  до досягнення критерію тріщиноутворення  $\varepsilon_{ctu}$ .

На відміну від першого способу обчислення  $M_{crc}$ , характер НДС при дії зовнішньої (початкової) комбінації зусиль  $N_{ed}$  та  $M_{ed}$  може відрізнятися від підсумкових  $N_{crc}$  та  $M_{crc}$  лише ступенем завантаженості перерізу.

У зв'язку із вищезазначеним, основною метою даної роботи є визначення ступеню впливу способу розрахунку моменту тріщиноутворення  $M_{crc}$  за НДМ на тріщиностійкість перерізу і ширину розкриття тріщин за будівельними України [1, 2] та зарубіжжя [3].

Для досягнення поставленої мети проведено чисельне дослідження роботи типового прямокутного перерізу залізобетонного стержньового елемента із урахуванням фізичної нелінійності роботи матеріалів на різні види комбінацій навантажень. При цьому варіювалися способи розрахунку моменту тріщиноутворення  $M_{crc}$  і ексцентриситет дії зовнішніх зусиль.

**Методика досліджень.** Для чисельного дослідження даної задачі був обраний «Конструктор Перерізів» ПК «САПФІР». У цьому програмному модулі розрахунковий переріз триангулюється на елементарні площинки трикутної форми, розмір і матеріал яких може задавати користувач. Визначення внутрішніх зусиль у перерізі виконується за допомогою чисельного інтегрування напружень за площею елементарних площинок. Використання апарату чисельних методів наближеного вирішення системи нелінійних рівнянь рівноваги між внутрішніми та зовнішніми зусиллями, які

діють на переріз у програмному модулі, дозволяє отримати розподіл нормальних напружень, поздовжніх деформацій, зусиль в елементах перерізу.

В якості був обраний прямокутний нормальний переріз розмірами  $b \times h = 300 \times 300$  мм, армований 4 стержнями  $\varnothing 14$  мм арматури класу А400С (рис. 3). Відстань від центрів ваги арматурних стержнів до граней перерізу – 3 см. Клас важкого бетону – С 16/20.

НДС – плоский позацентровий стиск (або розтяг) із варіюванням ексцентриситету дії зовнішніх зусиль від  $0,25 \cdot h$  до  $8 \cdot h$ .

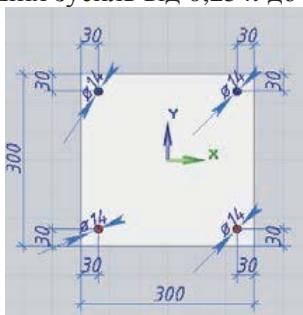


Рис. 3. Фрагмент дослідного залізобетонного перерізу

Діаграми деформування матеріалів прийняті дволінійні, задані за допомогою лінійного закону деформування №14 (рис. 4). Параметри діаграм були прийняті за вимогами діючих норм [1, 2] до розрахунків за граничними станами другої групи, але їхній тип та можливість застосування суттєво не відрізняються від нормативного документу [3].

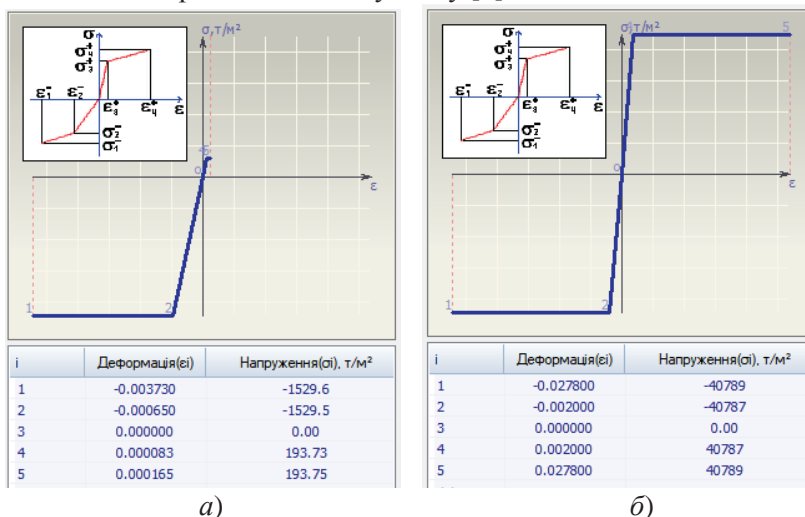


Рис. 4. Прийняті діаграми деформування матеріалів:  
а – для бетону; б – для арматури

**Результати досліджень.** Для кожної розрахункової комбінації зусиль визначено момент тріщиноутворення  $M_{crc}$  (чи зусилля тріщиноутворення  $N_{crc}$ ,  $M_{crc}$ ), і шляхом співставлення із зовнішніми зусиллями  $N$ ,  $M$  зроблено висновок про можливість утворення тріщин у залізобетонній конструкції.

Також для визначення ступеня впливу способу розрахунку моменту тріщиноутворення  $M_{crc}$  на ширину розкриття тріщин згідно норм [3], були додатково розраховані  $\sigma_{s,crc}$  – напруження одразу після утворення тріщин, які розраховуються на комбінацію  $N$ ,  $M_{crc}$  (перший спосіб розрахунку  $M_{crc}$ ) або на комбінацію  $N_{crc}$ ,  $M_{crc}$  (другий спосіб розрахунку  $M_{crc}$ ).

Отримані результати представлені в таблиці 1.

Таблиця 1

Результати чисельного дослідження

Вид НДС	Зовнішні зусилля				Перший спосіб				Другий спосіб				
	$N_{ed}$ т	$M_{ed}$ т·м	$e_0$ см	$e_0/h$	$N_{crc1}$ т	$M_{crc1}$ т·м	$e_{0,crc1}$ см	$\sigma_{s,crc1}$ МПа	$N_{crc2}$ т	$M_{crc2}$ т·м	$e_{0,crc2}$ см	$\sigma_{s,crc2}$ МПа	
Позацентричний стиск	-1	0,075	7,5	0,25	-1	1,6	159,9	188,5	-70,5	5,29	7,5	29,7	
	-	1,5	0,225	15	0,5	-1,5	1,63	108,7	211,5	-16,3	2,45	15	110,4
	-2	0,6	30	1	-2	1,662	83,1	207,8	-4,79	1,436	30	111,9	
	-	2,5	1,5	60	2	-2,5	1,694	67,8	204,1	-2,84	1,704	60	199,8
	-3	3,6	120	4	-3	1,693	56,4	195,5	-1,35	1,62	120	185,8	
	-	3,5	8,4	240	8	-3,5	1,641	46,9	179,8	-0,65	1,57	240	217,3
	-	3,5	8,4	240	8	-3,5	1,641	46,9	179,8	-0,65	1,57	240	217,3
Позацентричний розтяг	1	0,075	7,5	0,25	1	1,471	147,1	203,5	10,7	0,803	7,5	306,9	
	1,5	0,225	15	0,5	1,5	1,349	89,9	222,7	7,095	1,064	15	251,2	
	2	0,6	30	1	2	1,407	70,4	211,2	4,2	1,26	30	228,0	
	2,5	1,5	60	2	2,5	1,375	55,0	215,1	2,3	1,38	60	212,4	
	3	3,6	120	4	3	1,342	44,7	218,9	1,194	1,433	120	201,7	
	3,5	8,4	240	8	3,5	1,309	37,4	222,8	0,623	1,495	240	200,5	
	3,5	8,4	240	8	3,5	1,309	37,4	222,8	0,623	1,495	240	200,5	

Як і передбачалося, ексцентриситети зусиль тріщиноутворення при першому способі розрахунку  $e_{0,crc1}$  будуть суттєво відрізнятися від початкових ексцентриситетів зовнішніх зусиль  $e_0$ , що говорить про істотну зміну НДС перерізу.



При порівнянні зусиль тріщиноутворення із зовнішніми зусиллями можна побачити, що обидва способи розрахунку дають однаковий результат – при позацентровому стиску тріщини утворюються, починаючи з п'ятої комбінації ( $N = -3m$ ,  $M = 3,6 \text{ т}\cdot\text{м}$ ,  $e_0 = 120 \text{ см}$ ), при позацентровому розтягу – починаючи з четвертої комбінації ( $N = 2,5m$ ,  $M = 1,5 \text{ т}\cdot\text{м}$ ,  $e_0 = 60 \text{ см}$ ). Відповідно до встановленої вітчизняними нормами [1, 2] методики розрахунку, зусилля тріщиноутворення не впливають опосередковано на значення ширини розкриття тріщин. Отже, можна зробити висновок, що вибір способу розрахунку  $M_{crc}$  не впливає на тріщиностійкість перерізу і на ширину розкриття тріщин при розрахунку за діючими будівельними нормами України.

Для норм [3] відповідний висновок можна зробити лише для тріщиностійкості перерізу, тому що значення  $\sigma_{s,crc}$ , обчислені за різними способами розрахунку зусиль тріщиноутворення відрізняються доволі суттєво.

При позацентровому стиску різниця між значеннями  $\sigma_{s,crc}$  складає від 2,15% до 534,7% (у зоні малих ексцентриситетів  $e_0$ ), при позацентровому розтягу – розкид між значеннями  $\sigma_{s,crc}$  менший – від 1,2% до 50,8%.

Істотна різниця при розрахунку на позацентровий стиск на першу комбінацію (534,7%) пов'язана із великою різницею у НДС перерізів в момент тріщиноутворення –  $e_{0,crc1} = 159,9 \text{ см}$  (переважно зігнутий елемент), тоді як  $e_{0,crc2} = 7,5 \text{ см}$  (переважно стиснутий елемент, із невеликою висотою розтягнутої зони).

Розраховані відносно велики розкиди значень  $\sigma_{s,crc}$ , отримані за допомогою двох способів розрахунку  $M_{crc}$  призведуть до відповідних різниць у значеннях ширини розкриття тріщин  $w_k$ , обчислених за методикою норм [3].

### **Висновки.**

1. Відповідно до отриманих результатів для розрахунку тріщиноутворення нормального залізобетонного перерізу за діючими вітчизняними нормами можна однаково використовувати два способи розрахунку  $M_{crc}$  за НДМ без подальшого впливу на ширину розкриття тріщин.

2. Суттєва різниця у результатах способів розрахунку  $M_{crc}$  виникає при розрахунку напружень одразу після тріщиноутворення  $\sigma_{s,crc}$  – істотним параметром, необхідним для розрахунку ширини розкриття тріщин за зарубіжними нормами [3].

3. Особливо суттєво ця різниця простежується в областях навантажень із відносно малими ексцентриситетами, причому, як при позацентровому стиску, так і при розтягу, що потребує проведення подальших чисельних і експериментальних досліджень.



1. ДБН В.2.6-98:2009. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення. [Чинний з 2011.07.01]. К.: Мінгеріонбуд України, Державне підприємство «Укрархбудінформ». 2011. 71 с.

DBN V.2.6-98:2009. Betonni ta zalizobetonny konstrukciyi. Osnovni polozhennya. [Chynni 2011.07.01]. K.: Minregionbud Ukrainy, Derjavne pidpriemstvo «Ukrarhbudinform». 2011. 71 s.

2. ДСТУ Б.В.2.6–156:2010. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. [Чинний з 2011.06.01]. К.: Мінгеріонбуд України, 2011. 118 с.

DSTU B.V.2.6–156:2010. Betonni ta zalizobetonny konstrukciyi z vajkogo betonu. Pravila proektuvannya. [Chynni 2011.06.01]. K.: Minregionbud Ukrainy, 2011. 118 s.

3. СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения СНиП 52-01-2003. [Действует с 2019.06.20]. М.: Минстрой России. 2018. 124 с.

SP 63.13330.2018. Betonnie s jelezobetonnie konstrukciyi. Osnovnie polozheniya SNiP 52-01-2003. [Deystvuet s 2019.06.20]. M.: Ministroy Rossiyi. 2018. 124 s.

4. Пособие к СП 63.13330.2012. Методическое пособие. Расчет железобетонных конструкций без предварительно напряженной арматуры. М.: Минстрой России. 2015. 283 с.

Posobie k SP 63.13330.2012. Metodycheskoe posobie. Raschet jelezobetonnih konstrukciy bez predvaritelno napriazhennoy armatury. M.: Ministroy Rossiyi. 2015. 283 s.

5. Колчунов В. И. Аналитическая и конечно-элементные стержневые модели нелинейной задачи сцепления арматуры с бетоном, их сравнение и анализ // Містобудування та територіальне планування : наук.-техн. збірник. – К. : КНУБА, 2016. – Вип. 60. – С. 184–197.

Kolchunov V. I. Analiticheskaya i konechno-elementnie sterjneviye modeli nelineynoy zadachi scephleniya armaturi s betonom, ih sravneniye i analiz // Mistobuduvannya ta territorialne planuvannya : nauk. – tehn. zbirnyk. – K. : KNUBA, 2016. – Vip. 60. – S. 184–197.

6. Колчунов В. И. Конечно-элементное моделирование нелинейной плоской задачи сцепления бетона и арматуры в ПК Лира-САПР / В. И. Колчунов, И. А. Яковенко, Е. А. Дмитренко // Промислове будівництво та інженерні споруди. – 2016. – №3. – С. 6–15.

Kolchunov V. I. Konechno-elementnoe modelirovaniye nelineynoy ploskoy zadachi scephleniya betona i armaturi v PK Lira-SAPR / V. I. Kolchunov, I. A. Yakovenko, Ye. A. Dmytrenko // Promislove budivnictvo ta inzhenerni sporudi. – 2016. – №3. – S. 6–15.

7. Бабич Є.М. Розрахунок згинальних залізобетонних елементів на тріщиностійкість на основі деформаційної моделі / Є.М. Бабич // Ресурсоєкономні матеріали, конструкції, будівлі і споруди: зб. наук. праць.–Рівне: НУВГП, 2005. – С. 85–90.

Babych Ye.M. Rozrahunok zgyinal'nyh zalizobetonnyh elementiv na trishhynostijkist' na osnovi deformacijnoi' modeli / Ye.M. Babych // Resursoekonomni materialy, konstrukcii, budivli i sporudy: zb. nauk. prac'.–Rivne: NUVGP, 2005. – S. 85–90.

8. Iakovenko, I.(2018). The Development of Transformation Elements between the Fracture Mechanics Dependences and the Equations of the Reinforced Concrete Theory. International Journal of Engineering & Technology, 7(4.8), 58-64. doi:http://dx.doi.org/10.14419/ijet.v7i4.8.27214

9. Бабаєв В.М., Бамбура А.М., Пустовойтова О.М. та ін. Практичний розрахунок елементів залізобетонних конструкцій за ДБН В.2.6-98:2009 у порівнянні з розрахунками за СНиП 2.03.01-84\* і EN 1992-1-1(Eurocode 2) /за заг. ред. В.С. Шмуклера. Харків: Золоті сторінки, 2015. 208 с.

Babaiev, V.M., Bambura, A.M., Pustovoitova, O.M. et al. (2015). Practical calculation of elements of reinforced concrete structures according to DBN V.2.6-98:2009 in comparison with calculations according to SNiP 2.03.01-84\* and EN 1992-1-1 (Eurocode 2). Shmukler B.S.(Ed). Kharkiv: Zoloti storinky.

10. Бамбура А.М., Павліков А.М., Колчунов В.І. та ін. Практичний посібник із розрахунку залізобетонних конструкцій за діючими нормами України (ДБН В.2.6–98:2009) та новими моделями деформування, що розроблені на їхню заміну. К.: Толока, 2017. 627 с.

Bambura A.M., Pavlikov A.M., Kolchunov V.I. ta in. Praktichniy posibnyk iz rozrahunku zalizobetonnih konstrukciy za diyuchimi normami Ukrainy (DBN V.2.6–98:2009) ta novimy modelyami deformuvannya, shio rozrobleni na yihnyu zaminu. K.: Toloka, 2017. 627 s.