

УДК. 624.014

**УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДИКИ ЗАДАВАННЯ ВАРІАНТІВ
ТОПОЛОГІЇ СТРИЖНЕВИХ МЕТАЛЕВИХ КОНСТРУКЦІЙ ДЛЯ
ЗАДАЧ СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ**

**IMPROVEMENT OF THE METHODOLOGY FOR SPECIFYING
TOPOLOGY VARIANTS OF STEEL BAR STRUCTURES FOR
STRUCTURAL AND PARAMETRIC OPTIMIZATION PROBLEMS**

Пелешко І. Д., к.т.н., доцент, ORCID: 0000-0001-7028-9653 (Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів), **Іванейко В. М., ORCID: 0009-0003-6196-6669** (ТОВ «Лоджистракт», м. Львів), **Юрченко В. В., д.т.н., професор, ORCID: 000-0003-4513-809X** (Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ)

Ivan D. Peleshko, PhD, Associate Professor, ORCID: 0000-0001-7028-9653 (Lviv Polytechnic National University, c. Lviv), **Volodymyr M. Ivaneiko, ORCID: 0009-0003-6196-6669** (Logistruct LLC, c. Lviv), **Vitalina V. Yurchenko, Dr. Sci., Professor, ORCID: 000-0003-4513-809X** (Kyiv National University of Construction and Architecture, c. Kyiv)

У статті вдосконалено методику задавання варіантів топології стрижневих конструкцій для задач структурно-параметричної оптимізації. Цю методику використано під час формулювання задачі оптимізації топології сталевий підкрюквяної ферми і її розв'язування методом пошуку гармонії з допомогою програми OptCAD.

A structural and parametric optimization problem for steel bar structures is formulated as searching for optimum values of bar cross-section dimensions and parameters of structural geometrical scheme, as well as for optimum structural topology. The optimization problem is solved using the harmony search method.

The article proposes an improved methodology for specifying topology variants for the bar structures. The methodology is based on excluding bars from the structural design scheme in order to describe a set of topology variants of the bar structure. Additionally, a discrete design variable is used to select specific topology variants in the optimization process.

For a particular topology variant, the redundant bars are determined by using a logical expression. Because of the exclusion of some bars from the bar structure, some nodes may turn out to be unconnected to the bars or support. These nodes should be fixed by adding supports for each possible displacement direction using specified logical expressions.

The implementation of the proposed methodology in the OptCAD software intended to the optimal design of bar structures is described. As an example, a structural and parametric optimization problem of a steel truss is formulated. Conditions of exclusion nodes and bars for the considered truss structure are also presented. The results obtained were compared against solutions from an alternative methodology.

Excluding the bars from the bar structure allows us to transform the considered structural and parametric optimization problem into the set of parametric optimization problems formulated for each topology variant of the bar structure. Additionally, the number of analyses by the finite element method is decreased compared to the alternative methodology where the redundant bars remained in the bar structure. The proposed methodology simplifies setting the topology variants, because it does not require preserving the case of unstable structure which can occur due to the bar excluding. Unlike the alternative methodology where the excluded bars are transferred to an additional structure, the proposed approach provides more flexible process of designing topology variants.

Ключові слова: оптимізація, топологія, конструкції.
Optimization, topology, structures.

Вступ. Металеві стрижневі конструкції широко застосовуються в сучасних виробничих будівлях завдяки своїм перевагам, таким як простота монтажу, можливість виготовлення на місцевих заводах і здатність перекривати великі прольоти при відносно невеликій власній масі. Покращення техніко-економічних показників таких конструкцій на стадії проєктування можливе шляхом варіюванням таких параметрів, як топологія, геометрія та типи і розміри поперечних перерізів стрижнів, через розв'язання задач структурно-параметричної оптимізації. Властивості отриманих конструкцій залежать від набору варіантів топології, який використовується для пошуку. Отже, подальше вдосконалення способів задавання варіантів топології стрижневих конструкцій є актуальним завданням.

Аналіз останніх досліджень. У дослідженнях, присвячених оптимізації стрижневих конструкцій, зазвичай розглядають параметричні задачі оптимізації. Розвитку набули параметричні задачі із дискретними змінними проєктування, що спочатку розв'язуються в неперервному просторі з наступною дискретизацією розв'язку [1]. Топологія конструкції в таких задачах залишається незмінною.

Упродовж останніх років активно досліджуються задачі структурно-параметричної оптимізації, що охоплюють пошук оптимальної топології стрижневих систем [2, 3, 4], оптимальних форм поперечних перерізів їх елементів, а також геометричних параметрів конструкції [5, 6].

Задачу оптимізації стрижневої системи формують як задачу пошуку таких значень змінних проєктування $\vec{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_{N_x}\}^T$, при яких значення цільової функції $f(\vec{X})$ є найменшим [5, 7]:

$$f(\vec{X}) \rightarrow \min, \quad (1)$$

При цьому повинні виконуватися обмеження, що описують нормативні, технологічні й інші вимоги до конструкції:

$$\psi_k(\vec{X}) = 0, \quad k = \overline{1, N_\psi}, \quad (2)$$

$$\varphi_p(\vec{X}) \leq 0, \quad p = \overline{N_\psi + 1, N_\varphi}, \quad (3)$$

де $\psi_k(\vec{X})$, $\varphi_p(\vec{X})$ – функції обмежень-рівностей і обмежень-нерівностей відповідно; N_ψ , N_φ – кількість обмежень-рівностей і загальна кількість обмежень відповідно.

У задачах структурно-параметричної оптимізації стрижневих систем (1) – (3) вектор \vec{X} може включати змінні проєктування, які дозволяють вибрати конкретний варіант топології з заданих варіантів [2].

У [2] запропоновано змінювати розташування стрижня в стрижневій системі, змінюючи вузли, до яких приєднано кінці стрижня. Конкретний варіант розміщення стрижня задається значенням дискретної змінної проєктування, яка вказує на порядковий номер вузла – одного з кінців стрижня, з списку попередньо заданих варіантів вузлів. Цей підхід застосовано для визначення варіантів топології конструкції зі сталою кількістю вузлів та стрижнів.

У [3] описано методику формулювання задач структурно-параметричної оптимізації для стрижневих конструкцій, яка передбачає розгляд конструкції як сукупності двох підсистем: базової та додаткової. Варіанти топології формуються шляхом розподілу стрижнів між підсистемами, за допомогою зміни початкових і кінцевих вузлів стрижнів, як це описано в [2]. Параметри додаткової системи задаються так, що оптимізація відбувається лише для базової підсистеми. Базові підсистеми для різних варіантів топології можуть відрізнятися кількістю залучених стрижнів та вузлів. Методика забезпечує зменшення кількості варіантів топології, що розглядаються під час оптимізації, уникаючи розгляду явно неефективних конфігурацій на етапі формулювання задачі.

Недоліком цього підходу є те, що загальна кількість стрижнів у розрахунковій схемі залишається сталою. Стрижні, які включаються до додаткової підсистеми, враховуються під час обчислення компонентів системи рівнянь методу скінченних елементів (МСЕ) та впливають на значення функції мети й кількість обмежень задачі оптимізації. Важливою є

також необхідність ретельного формування додаткової підсистеми для запобігання потенційних помилок, які можуть проявитися під час аналізу МСЕ.

Постановка мети та задач досліджень. Метою статті є удосконалення методики формування варіантів топології стрижневих конструкцій для структурно-параметричних задач оптимізації, залучаючи лише потрібну кількість стрижнів до схеми, щоб зменшити кількість розрахунків МСЕ, функції мети та обмежень. На відміну від альтернативних методик, які вимагають перенесення стрижнів у додаткову підсистему, треба спростити процес задавання варіантів топології та зробити його гнучкішим, відмовившись від використання додаткових підсистем.

Основна частина. Сформулюємо структурно-параметричну задачу оптимізації стрижневої конструкції (1) – (3) із наперед заданою кількістю n варіантів топології. Для вибору варіантів топології конструкції використаємо дискретну змінну проектування $X_t = \{1, 2, \dots, n\}$, описану в [2], де певне значення змінної буде задавати конкретний варіант.

Конструкція формується із взаємопов'язаних множин вузлів, стрижнів, матеріалів, типів жорсткості тощо. Елементи кожної з цих множин мають свої атрибути, які задають зв'язки між множинами та характеристики цих елементів. Щоб утворити потрібний варіант топології конструкції будемо змінювати вузли, до яких приєднано кінці стрижня, кількість залучених стрижнів у схемі, а також граничні умови, що накладені на вузли схеми.

Спочатку сформуємо множини вузлів \mathbf{V} і стрижнів \mathbf{B} з достатньою кількістю елементів для утворення необхідних варіантів топології конструкцій. Кількість вузлів у множині \mathbf{V} визначається на основі варіанта топології з максимальною кількістю вузлів, а кількість стрижнів у множині \mathbf{B} – з варіанта з максимальною кількістю стрижнів.

Позначимо множину стрижнів, залучених до розрахункової схеми j -го варіанта топології, як \mathbf{B}_j , а множину не залучених стрижнів – \mathbf{N}_j . Під час формування j -го варіанта топології розподілимо стрижні з множини \mathbf{B} між множинами \mathbf{B}_j та \mathbf{N}_j , як показано нижче:

$$\mathbf{B}_j \cup \mathbf{N}_j = \mathbf{B}, \quad \mathbf{B}_j \cap \mathbf{N}_j = \emptyset, \quad \mathbf{B}_j \neq \emptyset. \quad (4)$$

Для кожного стрижня у множині \mathbf{B} введемо додатковий атрибут ω , який визначатиме їхнє включення до стрижневої системи. Значення атрибута ω може бути задано у вигляді логічного виразу, який залежить від номера варіанта топології, представленого змінною X_t . Якщо значення ω дорівнює *true*, то стрижень включається до системи; у випадку коли ω дорівнює *false*, стрижень виключається з системи.

Для розташування стрижня в конструкції треба вказати його початковий і кінцевий вузли. У різних варіантах топології один і той самий стрижень може бути приєднаний до різних вузлів. Для опису приєднання кінця стрижня до

різних вузлів у різних варіантах топології сформуємо кортеж з n вузлів. Кількість кортежів повинна бути достатньою для опису всіх стрижнів у всіх варіантах топології. Порядок вузлів у кортежі визначається так, щоб j -й вузол належав певному стрижню у j -му варіанті топології конструкції. Варіант топології формується шляхом використання з кортежів лише тих вузлів, які мають порядковий номер, що дорівнює поточному значенню змінної X_i [2].

Змінна кількість стрижнів у різних варіантах топології може призвести до появи варіантів топології з незакріпленими вузлами, до яких не приєднано жодного стрижня. Щоб уникнути появи можливих помилок під час аналізу схеми методом скінченних елементів, закріпимо такі вузли від переміщень у всіх напрямках. Якщо вузол повністю закріплений і до нього не приєднано жодного стрижня, то його наявність у схемі не впливає на результати аналізу методом скінченних елементів.

Для елементів множини V задаватимемо наявність опор у вузлі за кожним можливим напрямком у вигляді логічного виразу. Ці вирази можуть набувати значення *true*, якщо вузол закріплений від переміщення або *false*, якщо вузол не закріплений від переміщення у певному напрямку.

Використання виразів для накладання опор розширює підхід, описаний у [2], і дозволяє утворювати варіанти топології, які відрізняються як розташуванням стрижнів, так і кількістю залучених стрижнів у конструкції.

Описана вище методика дозволяє наперед сформувати будь-яку потрібну множину варіантів топології стрижневої конструкції для задачі оптимізації без розподілу конструкції на підсистеми, як це запропоновано в [3].

Формулювання і розв'язання структурно-параметричної задачі оптимізації з допомогою програми OptCAD. Розв'язано задачу структурно-параметричної оптимізації для підкроквяної ферми, описану в [3]. Підкроквяна ферма шарнірно оперта з прольотом 18 метрів. На середній вузол верхнього пояса ферми прикладено зосереджене навантаження 100 кН. Оптимізація включає визначення розмірів поперечних перерізів стрижнів, висоти ферми та оптимального варіанта топології, при яких маса підкроквяної ферми буде мінімальною. Загалом задано 12 варіантів топології, шість із яких зображені на рисунку 1.

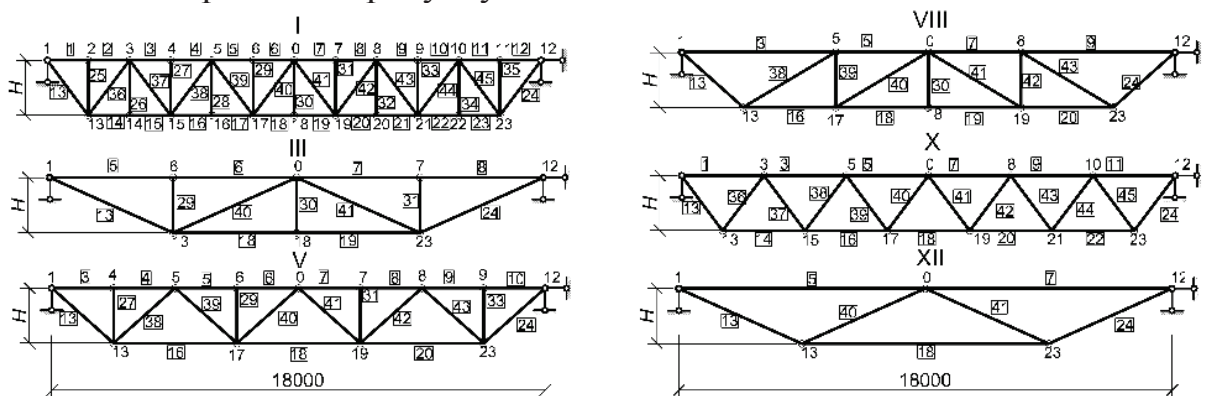


Рис. 1. Приклади варіантів топології підкроквяної ферми

Варіанти топології ферми мають різну кількість панелей, трапецієвидний та трикутний обрис ферми з розкісною та трикутною схемою розкосів з додатковими стояками та без них.

Для задавання варіантів топології на основі змінної X_t застосовано змінну проєктування GAVar51, яка отримує значення від 1 до 12, відповідно до кількості можливих варіантів топології.

Типи перерізів стрижнів ферми прийнято гнутих замкнутих зварних квадратних та прямокутних профілів, окремо для верхнього і нижнього поясів та розкосів. Перерізи стрижнів та варіанти топології конструкції задано з допомогою дискретних змінних проєктування [2, 7]. Неперервна змінна проєктування H визначає висоту ферми і варіюється в межах від 1 до 1,8 м.

Умови залучення стрижнів у програмі OptCAD задано у вікні «Геометрія конструкції: Стрижні» (рис. 2). Для задавання умови залучення стрижня, у полі «вираз логічного типу» записують логічний вираз. Введені вирази і стрижні відображаються в стовпці «Залучення» в списку, який знаходиться внизу вікна.

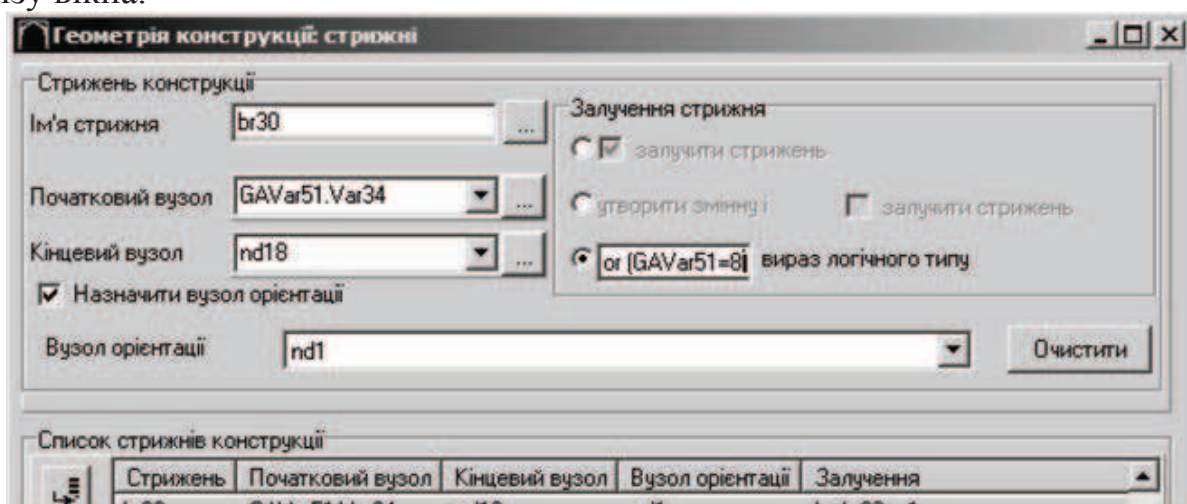


Рис. 2. Фрагмент діалогового вікна для формування умов залучення стрижня

Для усіх стрижнів задано умову залучення, як вираз, що залежить від змінної GAVar51 з використанням мови запису [9]. Наприклад, ця умова для стрижня br30 виглядає так:

$$(GAVar51=1) \text{ or } (GAVar51=3) \text{ or } (GAVar51=8) \quad (5)$$

Згідно з цією умовою стрижень br30 залучено до схеми у варіантах топології 1, 3 та 8 і не залучено в решті варіантів.

Опори в програмі OptCAD задають у вікні «Геометрія конструкції: Опори» (рис. 3). У полі, під відповідним напрямком, записують логічний вираз.

Для вузлів, які потрібно закріпити від переміщення у конкретному варіанті топології, додано опори у всіх напрямках. Задано умови закріплення вузлів за відповідними напрямками з використанням мови [9]. Наприклад,

умова заборони переміщення вузла nd18 для всіх можливих напрямків виглядає так:

$$(GAVar51=5) \text{ or } (GAVar51=10) \text{ or } (GAVar51=12) \quad (6)$$

Згідно з цією умовою на вузол nd18 буде накладено опори у варіантах топології 5, 10 та 12 і не накладено опори у решті варіантів.

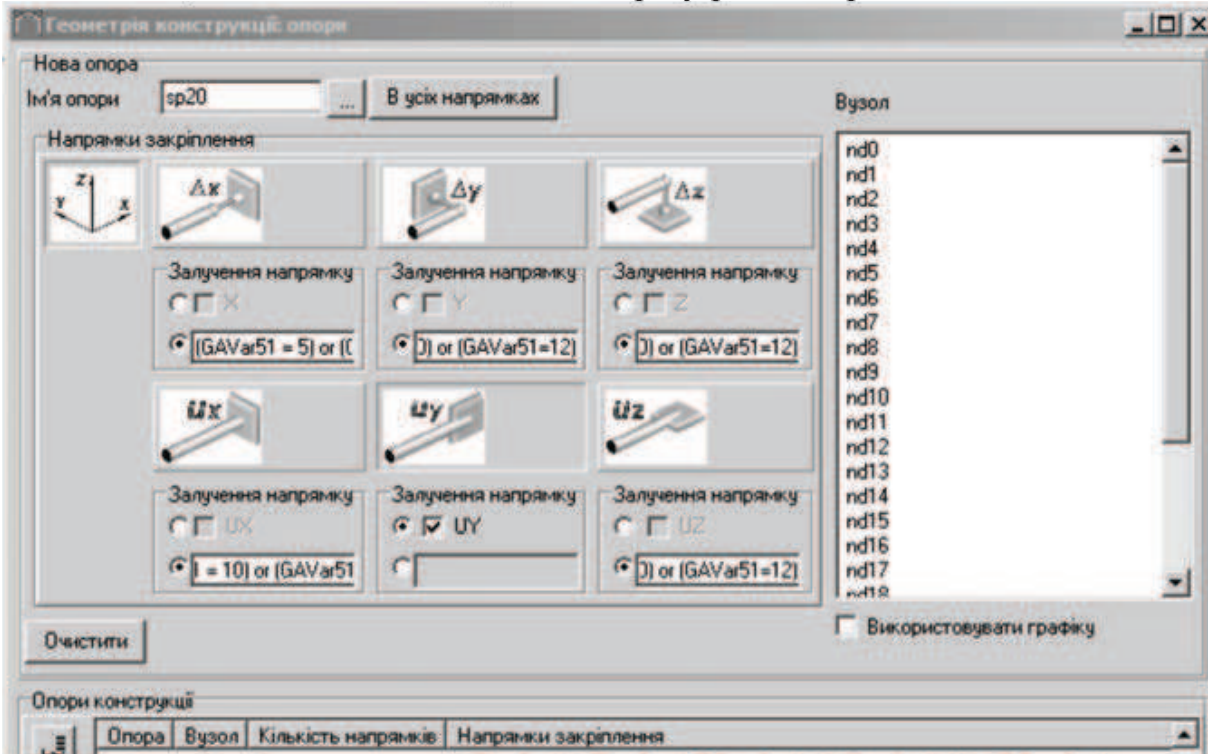


Рис. 3. Фрагмент діалогового вікна для задавання умов додавання опор у вузлах стрижневої системи

Для розв'язання задачі оптимізації топології підкрюквяної ферми використано метаевристичний ітераційний алгоритм – метод пошуку гармонії [8]. У результаті оптимізації отримано ферму з перерізом верхнього пояса із труби 200x200x8 мм, нижнього пояса – 160x200x8 мм та розкосів – 200x160x6 мм. Перерізи елементів збігаються з результатами, отриманими в [3]. Середній час виконання однієї ітерації скоротився на 4% в порівнянні із задачею, описаною у [3].

Висновки.

1. Удосконалено методіку задавання варіантів топології конструкцій для формулювання структурно-параметричних задач оптимізації за допомогою логічних виразів. Методика враховує мінімально необхідну кількість стрижнів для кожного варіанту топології та спрощує їхнє задавання.

2. Методіку застосовано в програмі OptCAD для оптимізації підкрюквяної ферми. Показано приклади задавання умов залучення стрижнів та накладання в'язей на вузли розрахункової схеми. Середня тривалість однієї ітерації методу пошуку гармонії скоротилася на 4% в порівнянні з альтернативною методикою.

1. Peleshko I., Yurchenko V., Rusyn P. Layout and cross-sectional size optimization of truss structures with mixed design variables based on gradient method. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2023. Vol. 6, no. 7 (126). P. 6–18. URL: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2023.292692>.

2. Пелешко І. Д., Іванейко В. М., Юрченко В. В. Змінні проектування для формулювання задач оптимізації топології стрижневих конструкцій. *Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Технічні науки*. 2013. № 3(63). С. 365–373.

Peleshko I. D., Ivaneiko V. M., Yurchenko V. V. Zminni proektuvannia dlia formuliuvannia zadach optymizatsii topolohii stryzhnevykh konstruksii. *Visnyk Natsionalnoho universytetu vodnoho hospodarstva ta pryrodokorystuvannia. Tekhnichni nauky*. 2013. № 3(63). S. 365–373.

3. Пелешко І. Д., Іванейко В. М. Про один спосіб задавання варіантів топології стрижневих металевих конструкцій для задач структурно-параметричної оптимізації. *Металеві конструкції*. 2013. Т. 19, № 3. С. 155–162.

Peleshko I. D., Ivaneiko V. M. Pro odyin sposib zadavannia variantiv topolohii stryzhnevykh metalevykh konstruksii dlia zadach strukturno-parametrychnoi optymizatsii. *Metalevi konstruksii*. 2013. Т. 19, № 3. С. 155–162.

4. Tejani G., Savsani V., Bureerat S. Truss Topology Optimization: A Review : Book. *Scholars' Press*, 2018. 120 p.

5. Mortazavi A. A new fuzzy strategy for size and topology optimization of truss structures. *Applied Soft Computing*. 2020. Vol. 93. P. 106412. URL: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2020.106412>.

6. Adaptive topology optimization of fail-safe truss structures / H. E. Fairclough et al. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2023. Vol. 66, no. 7. URL: <https://doi.org/10.1007/s00158-023-03585-x>.

7. Пелешко І. Д., Балук І., Ковальчук Ю. Оптимізація стрижневих конструкцій з урахуванням скорочених сортаментів металопрокату. м. Львів, 14–16 трав. 2009 р. Львів, 2009. С. 156.

Peleshko I. D., Baluk I., Kovalchuk Yu. Optymizatsiia stryzhnevykh konstruksii z urakhuvanniam skorochenykh sortamentiv metaloprokatu. m. Lviv, 14–16 trav. 2009 r. Lviv, 2009. S. 156.

8. Пелешко І. Д., Іванейко В. М. Дослідження ефективності методу пошуку гармонії для оптимального проектування стрижневих металевих конструкцій. *Вісник одеської державної академії будівництва та архітектури*. 2013. № 51. С. 215–221.

Peleshko I. D., Ivaneiko V. M. Doslidzhennia efektyvnosti metodu poshuku harmonii dlia optimalnoho proektuvannia stryzhnevykh metalevykh konstruksii. *Visnyk odeskoi derzhavnoi akademii budivnytstva ta arkhitektury*. 2013. № 51. S. 215–221.

9. Пелешко І. Д., Балук І. М. Удосконалення та використання мови для запису задач оптимізації стрижневих металевих конструкцій. *Збірник наукових праць Українського науково-дослідного та проектного інституту сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського*. 2010. № 6. С. 172–179.

Peleshko I. D., Baluk I. M. Udoskonalennia ta vykorystannia movy dlia zapysu zadach optymizatsii stryzhnevykh metalevykh konstruksii. *Zbirnyk naukovykh prats Ukrainskoho naukovo-doslidnoho ta proektnoho instytutu stalevykh konstruksii imeni V.M. Shymanovskoho*. 2010. № 6. S. 172–179.