

ДО РОЗРАХУНКУ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ПЕРЕХРЕСНО-БАЛКОВИХ СИСТЕМ

CALCULATION OF REINFORCED CONCRETE CROSS-BEAM SYSTEMS

Перейрас Роландо, аспірант, Orcid [0000-0001-7845-3382]
(Одеська державна академія будівництва та архітектури)

Rolando Pereiras,
(Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture, Ukraine)

В статті наведена методика розрахунку залізобетонних перехресно-балкових систем з врахуванням зміни крутильних жорсткостей від утворення нормальних тріщин. Показано, що врахування зміни крутильних жорсткостей значно уточнює результати визначення переміщень і, особливо, крутних моментів. Зроблено порівняння переміщень, отриманих за допомогою запропонованого метода з експериментальними даними.

It is shown that traditionally the influence of cracks is taken into account only when bending rigidities change, and torsional rigidities are not changed. This leads to errors in determining efforts.

A comparison was made of experimental data for a reinforced concrete cross-beam system measuring 2x2 meters in plan. In the process of iterative calculations, if a crack appeared in the section, then the stiffness of the section decreased and did not increase in the future. The hypothesis is accepted that after the formation of cracks, both torsional and flexural stiffness change according to the same linear law.

Comparison of experimental data with theoretical data was carried out in two versions. The first option is when only the change in bending stiffness due to the formation of cracks was taken into account. The second option is when both the bending and torsional stiffness of the system elements changed due to the formation of cracks.

Taking into account changes in torsional stiffness increases accuracy. As a result of the comparison, it was found that the average error values decreased from 1.24 to 1.089.

A system with a plan size of 4x4 m with a beam spacing of 1 m, which is similar in the arrangement of beams, was also considered. In this scheme, the bending moments do not change significantly (from 0.83 to 1.077 times). And the torques change very noticeably (from 0.87 to 2.71 times). Moreover, the

torques in the secondary beams when changes in torsional stiffness are not taken into account are always significantly greater than when such a change is taken into account.

Thus, comparison with experimental data of theoretical calculations of a cross-beam system proves the statement that when designing, it is necessary to take into account the change in torsional stiffness due to the formation of cracks. In this case, the system can either reduce or increase the required transverse reinforcement with closed clamps. It all depends on the ratio of beam stiffnesses, load level, load application pattern, etc.

Ключові слова: перехресно-балкова система, крутильна жорсткість, нормальні тріщини, метод переміщень, згинальна жорсткість, cross-beam system, torsional stiffness, normal cracks, displacement method, bending stiffness

Аналіз досліджень і постановка задачі. Відомо, що крутильна жорсткість впливає на перерозподіл зусиль в перехресно-балкових системах [1, 12, 13, 15]. Відомо також, що традиційно вплив тріщин враховують тільки при зміні згинальних жорсткостей, не змінюючи крутильні жорсткості [3]. Це призводить до помилок в визначенні зусиль [12, 13]. В [13] наведено методику розрахунку перехресно-балкових систем з врахуванням зміни крутильних жорсткостей їх елементів. Однак не показано деталі, яким саме чином слід змінювати згинальні і крутильні жорсткості елементів, за яким законом змінюються ті жорсткості, в яких саме елементах слід змінювати жорсткості.

Дослідження крутильної жорсткості стосуються лише елементів, в яких утворилися просторові тріщини [2, 4-11]. Вплив нормальних тріщин на зміну крутильних жорсткостей не враховується, хоча багато залізобетонних конструкцій експлуатуються таким чином, що в них з'являються лише нормальні тріщини, але при цьому присутні і крутні моменти.

Суцільні плити зазвичай розраховують за теорією плит, в тому числі з використанням методу скінчених елементів [14, 16]. Відомо, що суцільні плити можна розраховувати також за допомогою стрижневої апроксимації, і тому знання факту, на скільки впливає зміна крутильної жорсткості на перерозподіл зусиль в статично невизначених системах стає важливою задачею будівельної науки.

В [1] наведені дані експериментальних досліджень залізобетонної перехресно-балкової системи. Ціллю цих експериментальних досліджень була перевірка твердження, що при врахуванні зміни крутильних жорсткостей згинальні і крутні моменти перехресно-балкової системи визначаються точніше. Однак, сам по собі експеримент не може дати відповідь на це питання. Тому слід провести числові дослідження, порівнявши експериментальні дані з даними розрахунку перехресно-балкової

системи без врахування і з врахуванням зміни крутильних жорсткостей її елементів.

В зв'язку з вищесказаним метою цієї статті є розроблення пропозицій визначення жорсткостей елементів перехресно-балкових систем, а також порівняння розрахункових даних з експериментальними.

Викладення основного матеріалу.

В [1] було наведено дані випробування залізобетонної перехресно-балкової системи. Розглянемо розрахунок цієї системи методом переміщень, який наведено в [13] і проаналізуємо вплив зміни крутильних жорсткостей на перерозподіл зусиль між окремими елементами перехресно-балкової системи.

Схема перехресно-балкової системи і її навантаження наведена на рис. 1.

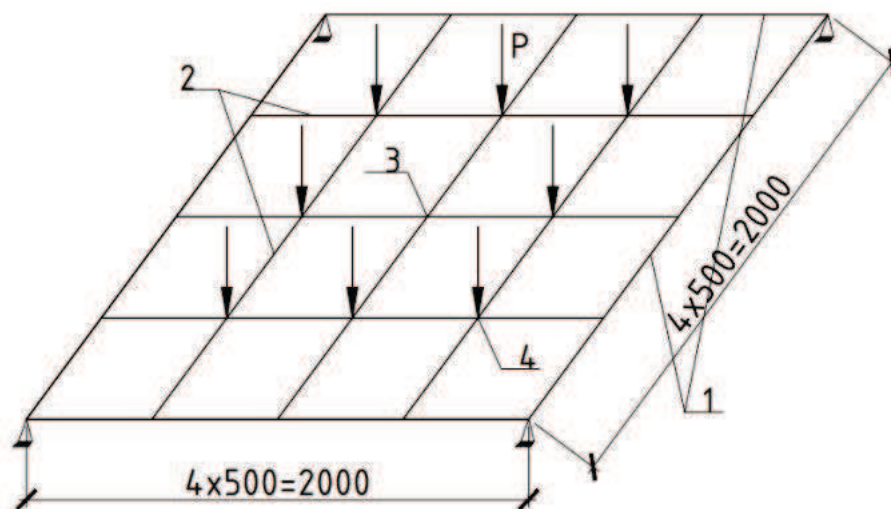


Рис. 1. Характерні точки, де вимірювалися і розраховувалися переміщення 1 – периметрові балки; 2 – середні балки; 3 – місце установки індикатора у центральному вузлу; 4– місце установки індикатора у кутовому вузлу

Передумови розрахунку. 1. Переріз периметрових балок $b \times h = 70 \times 300$ мм; переріз середніх балок $b \times h = 70 \times 120$ мм; початковий модуль пружності $E_c = 23200$ МПа; характеристичне значення міцності бетону на розтягнення $f_{ct} = 2.2$ МПа.

2. Навантаження прикладене у вузлах згідно з рис. 1.

3. В розрахунковій схемі кожний стрижень між двома вузлами перехресно-балкової системи розділено на 10 частин (згідно з методикою [13]); зусилля і жорсткості перевіряються в кожній з десяти ділянок.

4. Утворення тріщин виявляється за формулою:

$$\sigma = \frac{M}{W} + \frac{M_t}{W_t} \leq f_{ct} \quad (1)$$

де M , M_t – відповідно згинальний і крутний момент в розглядуваному перерізі; W , W_t – момент опору перерізу відповідно при згині і крученні; f_{ct} – міцність бетону при розтягненні (при розрахунках приймалася реальна міцність бетону, отримана з випробування зразків).

5. При розрахунках врахована перемінна жорсткість по довжині кожного стрижня між вузлами перехресно-балкової системи. При цьому враховано правильне визначення опорних реакції методу переміщень з використанням положень, викладених в [13].

6. Програма розрахунку протестована для пружних розрахунків порівнянням з розрахунками в програмі LIRA-SAPR.

7. В процесі ітерацій, якщо в перерізі з'явилася тріщина, то жорсткість перерізу зменшувалася і в подальшому, навіть якщо на наступній ітерації момент менший за момент тріщиноутворення, жорсткість цього перерізу не збільшувалася. Це пов'язано з теоретичними пропозиціями, які наведені в [12, 13].

8. Коефіцієнти зменшення жорсткостей в результаті тріщиноутворення прийняті різними для периметрових балок і для середніх балок.

9. При цьому прийнято, що після утворення тріщин і крутильна, і згинальна жорсткість змінюється за лінійним законом, як показано на рис. 2.

На рис. 2 позначено: M_{cr} , M_u – згинальний момент відповідно при тріщиноутворення і момент несучої спроможності (при началі текучості арматури); $EJ_0 = B_0$ – початкова жорсткість перерізу; $EJ_{cr} = B_{cr}$ – жорсткість перерізу з тріщиною; $EJ_{min} = B_{min}$ – жорсткість перерізу перед початком текучості арматури.

Таким чином, поточне значення згинальної жорсткості визначалася наступним чином. При поточному згинальному моменті в перерізі $0 \leq M \leq M_{cr}$ за прямолінійним законом на графіку рис. 2 між 0 та M_{cr} . При поточному згинальному моменті $M_{cr} \leq M \leq M_u$ за прямолінійним законом на графіку рис. 2 між M_{cr} та M_u . Причому для головних балок и середніх ці закони прийняті різними.

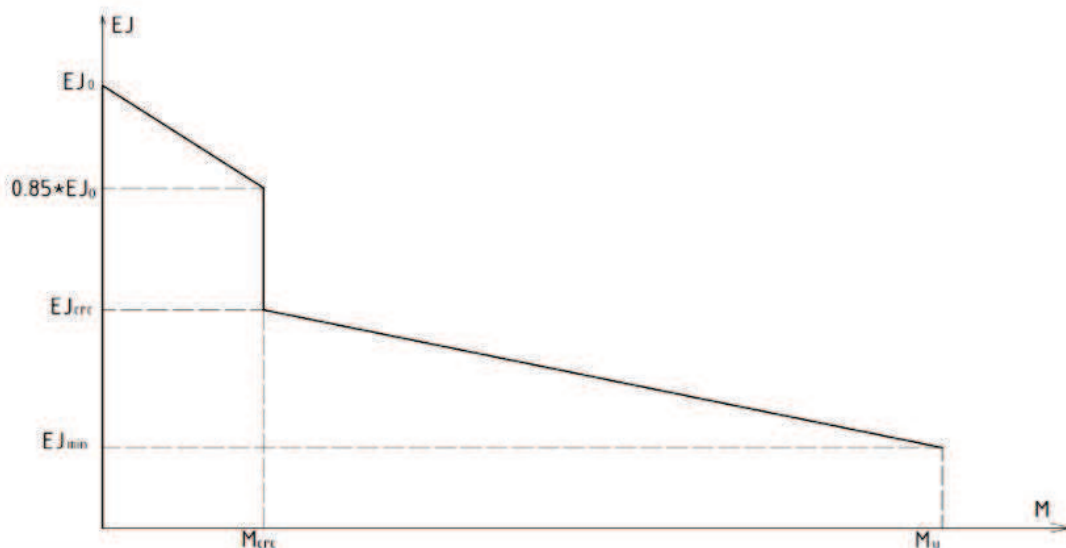


Рис. 2. Схема зміни жорсткості

Значення початкової жорсткості прийнято як для приведенного перерізу з врахуванням арматури. Значення EJ_{cr} і EJ_{min} визначалися за програмою, побудованою за методикою ДСТУ шляхом ітераційного збільшення

деформацій у стиснутій зоні бетону. Таким чином отримано для головних балок $K_{crс}=3.11$, тобто $EJ_{crс}=EJ_0/3.11$; $K_u=3.64$, тобто $EJ_{min}=EJ_0/3.64$. Для другорядних (середніх) балок: $K_{crс}=3.64$, тобто $EJ_{crс}=EJ_0/3.64$; $K_u=4.56$, тобто $EJ_{min}=EJ_0/4.56$.

За аналогічним законом в комп'ютерній програмі змінювалася і крутильна жорсткість GJ_t , тобто початкова крутильна жорсткість ділилася на ті ж самі коефіцієнти $K_{crс}$ та K_u .

10. Починаючи з сьомого етапу навантаження система розраховувалася як система, другорядні балки якої опираються на головні шарнірно, але в цих вузлах з'єднання прикладений зосереджений згинальний момент $M_{ор}=41500$ Н*см. Це пов'язано з фактом відриву другорядних балок від головних. Величина $M_{ор}$ – це максимальний момент в з'єднанні другорядної балки до головної.

11. Розрахунок зроблено за комп'ютерною програмою, яка розроблена за методикою [13].

Результати розрахунку і порівняння з експериментом. В експерименті вимірювалися переміщення вузлів перехресно-балкової системи на всіх етапах навантаження. Причому значення переміщень в кутовому вузлу бралися як середні значення в трьох кутових вузлах (враховуючи симетрію). Схема навантаження і вузлів, в яких вимірювалися переміщення і порівнювалися з теорією показані на рис. 1.

На рис. 3-4 наведені графіки порівняння з експериментом з врахуванням і без врахування зміни крутильних жорсткостей від утворення тріщин. Експериментальні дані (синя крива на рис 3 та 4) порівнювалася з теоретичною, коли враховувалася зміна тільки згинальних жорсткостей від утворення тріщин (зелена крива), а також з теоретичною, коли від утворення тріщин змінювалася і згинальна, і крутильна жорсткості елементів перехресно-балкової системи (червона крива).

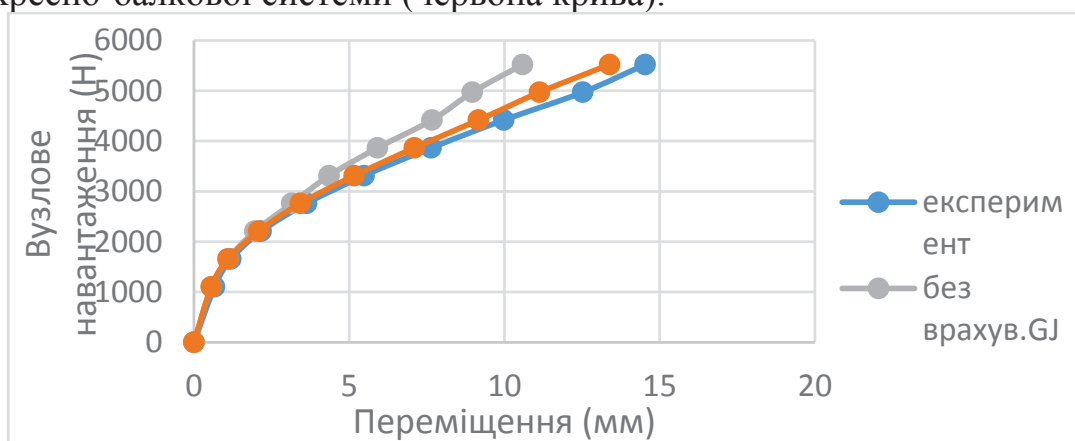


Рис. 3. Порівняння експериментальних даних з теоретичними для середнього вузла (вузол 3 на рис. 1)

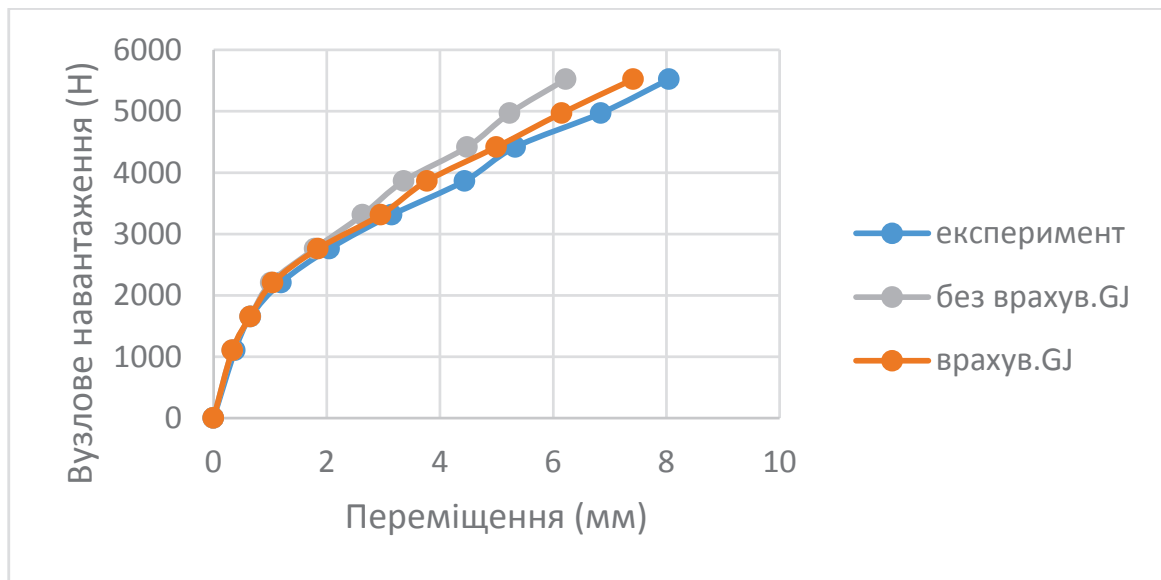


Рис. 4. Порівняння експериментальних даних з теоретичними для кутового вузла (вузол 4 на рис. 1)

Як можна бачити з рис. 3 та 4 врахування зміни крутильних жорсткостей від утворення тріщин збільшує точність розрахунку. Середні значення похибки зменшилися з 1.24 до 1.089, а коефіцієнт варіації зменшився з 1.04% до 0.17%. Таким чином, дані порівняння з експериментом підтверджують важливість врахування зміни крутильної жорсткості від утворення тріщин.

Слід відмітити, що в експериментальному зразку коефіцієнт зменшення жорсткості k_{cr} та k_u мали невеличкі значення. При збільшенні величин цих коефіцієнтів різниця між розрахунком з врахуванням зміни крутильних жорсткостей від утворення тріщин і без такого врахування різко зростає. Тому розглянемо іншу схему перехресно-балкової системи.

Вплив відношення жорсткостей балок перехресно-балкової системи на перерозподіл зусиль.

На рис. 3-4 було наведено дані розрахунку перехресно-балкової системи, де периметрові балки мають суттєво більшу жорсткість за жорсткість середніх балок. Покажемо, що при різних жорсткостях балок також виявляється суттєва різниця в зусиллях при врахуванні або не врахуванні зміни крутильних жорсткостей балок перехресно-балкової системи. Система схожа за схемою розташування балок і опирання на експериментальну (див. вище), з наступними даними. Система розміром в плані 4x4 м, крок балок 1 м; система обперта по кутах; завантаження зосередженими силами у різних вузлах; характеристики бетону – як в експериментальному зразку $E_c=23200$ МПа; $f_{ct}=2.2$ МПа. На рис. 5 показані номери вузлів системи. В таблиці 1 наведені схеми завантаження по варіантах навантаження різних вузлів

Таблиця 1.

Схеми завантаження вузлів перехресно-балкової системи

№ схеми	№ вузлів, що завантажені (за рис. 5)
1	1,5,10,15,19
2	2,6,11,16,20
3	Усі вузли системи
4	1,4,5,17,18,21
5	5,6,7,10,11,12,15,16,17

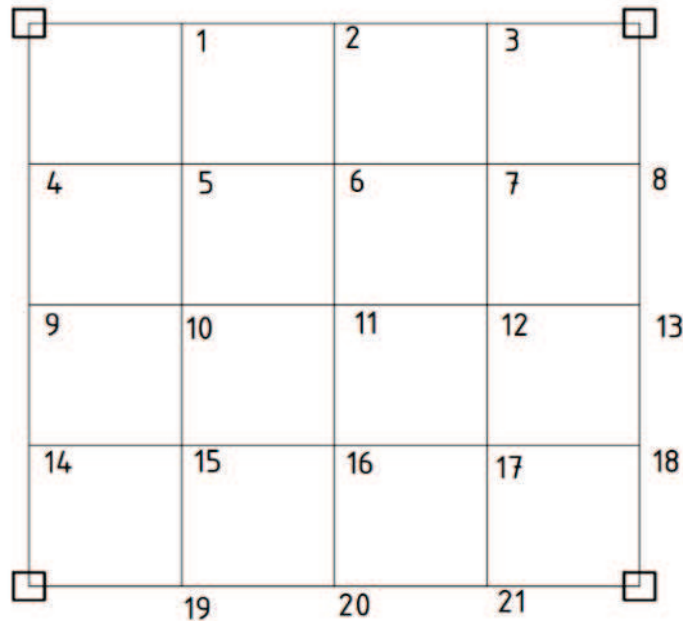


Рис. 5. Схема номерів вузлів

В таблицях 2 та 3 наведені максимальні зусилля по варіантах завантаження системи при врахуванні зміни крутильних жорсткостей балок від утворення тріщин ($k_{kr}=1$) і при не врахуванні зміни крутильних жорсткостей ($k_{kr}=0$). В 10-й та 13-й графах таблиці приведено відношення зусиль при розрахунку без врахування зміни крутильних жорсткостей до зусиль при розрахунку з врахуванням зміни. В таблиці 1 приведені зусилля для другорядних (середніх) балок; в таблиці 2 – для периметрових (головних) балок.

Як можна бачити з таблиць 2 та 3 згинальні моменти змінюються не суттєво (від 0.83 до 1.077 разів). А крутні моменти змінюються дуже помітно (від 0.87 до 2.71 разів). Причому крутні моменти в другорядних балках при не врахуванні зміни крутильних жорсткостей завжди значно більші ніж при врахуванні такої зміни. А в головних балках крутні моменти можуть як зменшуватися, так і збільшуватися при врахуванні та неврахуванні зміни крутильних жорсткостей. При більш великій різниці жорсткостей периметрових та середніх балок крутні моменти в крайніх балках збільшуються.

		Зусилля по варіантах завантаження в другорядних балках										Таблиця 2.		
№ вар	№ схеми	Переріз b×h (см) балок системи і процент армування ρ		7	Вузлове навант. Рext (Н)		Максимальні зусилля (Н*м) в другорядних балках при врахуванні зміни крутного моменту (k_kг=1) і при не врахуванні (k_kг=0)			Крутні моменти				
		Для другор. балок	Для головних балок		k_kг=1	k_kг=0	0/1	k_kг=1	k_kг=0	0/1				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13		
		b×h	ρ	b×h	ρ									
1	1	15x15	0.603	20x50	0.162	15000	5604	5224	0.932	832	1582	1.901		
2	1	15x15	1.643	20x50	0.535	40000	13154	12892	0.980	2003	4474	2.234		
3	1	15x15	0.603	30x60	0.179	15000	5890	5533	0.939	922	1730	1.876		
4	1	15x15	1.643	30x60	0.294	32500	13886	12212	0.879	1534	3992	2.602		
5	2	15x15	1.643	30x60	0.294	35000	11813	10023	0.848	1636	4440	2.714		
6	2	15x15	1.643	20x50	0.535	35000	12988	10813	0.833	1668	4227	2.534		
7	3	15x15	1.643	20x50	0.535	22000	13898	12924	0.930	2720	6405	2.355		
8	3	15x15	1.643	30x60	0.294	19000	13874	12314	0.888	2085	5566	2.670		
9	4	15x15	1.643	30x60	0.294	75000	13815	12946	0.937	1296	3115	2.404		
10	4	15x15	1.643	20x50	0.535	75000	12538	12209	0.974	1406	3142	2.235		
11	5	15x15	1.643	20x50	0.535	19000	12526	11675	0.932	2451	5757	2.349		
12	5	15x15	1.643	15x15	1.643	10000	11567	11814	1.021	751	1043	1.389		
13	5	20x20	0.880	20x50	0.535	35000	20217	17710	0.876	5298	10419	1.967		

Таблиця 3.

Зусилля по варіантах завантаження в головних балках

№ вар	№ схеми	Переріз $b \times h$ (см) балок системи і процент армування ρ			Вузло ве навант	Максимальні зусилля (N^*M) в головних балках при врахуванні зміни крутного моменту ($k_{kr}=1$) і при не врахуванні ($k_{kr}=0$)						
		Для другор. балок		Для головних балок		Згинальні моменти при:			Крутні моменти			
		Для другор. балок		Для головних балок			$k_{kr}=1$	$k_{kr}=0$	0/1	$k_{kr}=1$	$k_{kr}=0$	0/1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
		$b \times h$	ρ	$b \times h$	ρ							
1	1	15x15	0.603	20x50	0.162	15000	23256	23844	1.025	3622	3485	0.962
2	1	15x15	1.643	20x50	0.535	40000	59895	62417	1.042	10314	14964	1.451
3	1	15x15	0.603	30x60	0.179	15000	23320	23915	1.026	4051	3949	0.975
4	1	15x15	1.643	30x60	0.294	32500	50787	52277	1.029	8612	7772	0.902
5	2	15x15	1.643	30x60	0.294	35000	73594	75332	1.024	12851	11157	0.868
6	2	15x15	1.643	20x50	0.535	35000	71692	74045	1.033	10737	10379	0.967
7	3	15x15	1.643	20x50	0.535	22000	97724	100525	1.029	15252	14380	0.943
8	3	15x15	1.643	30x60	0.294	19000	86474	88296	1.021	15295	13705	0.896
9	4	15x15	1.643	30x60	0.294	75000	93364	92153	0.987	12503	15998	1.280
10	4	15x15	1.643	20x50	0.535	75000	92714	92322	0.996	10860	11555	1.064
11	5	15x15	1.643	20x50	0.535	19000	47178	49708	1.054	13746	12995	0.945
12	5	15x15	1.643	15x15	1.643	10000	12957	12456	0.961	988	1145	1.159
13	5	20x20	0.880	20x50	0.535	35000	80192	86400	1.077	18773	19692	1.049

Висновки і перспективи досліджень. Наведене порівняння розрахункових даних з експериментальними даними (рис. 3-4), а також таблиці теоретичних розрахунків перехресно-балкової системи (табл.2 та 3) доказують твердження, що при проектуванні слід обов'язково враховувати зміну крутильних жорсткостей від утворення тріщин. При цьому в системі може бути як зменшення потрібного поперечного армування замкненими хомутами, так і збільшення (не суттєве, але збільшення). Все залежить від співвідношення жорсткостей балок, рівня навантаження, схеми прикладення навантаження тощо. Всі ці фактори легко врахувати при розрахунках за запропонованою методикою.

В подальшому планується розроблення комп'ютерної програми для використання проектувальниками.

1. Азізов Т.Н. Перерйрас Р. Експериментальні дослідження залізобетонної перехресно-стрижневої системи// Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Вип. 43. – Рівне: Нац. ун-т водного господарства та природокористування, 2023. – С. 77-84.

2. Cowan H.J. and Armstrong S. Experiments on the Strength of Reinforced and Prestressed Concrete Beams and of Concrete-Encased Steel Joints in Combined Bending and Torsion/ Magazine of Concrete Research, Vol.6, No.19//U.K.: London, 1955. - pp. 3-20.

3. Gorodeckij A.S., Evzerov I.D. Komp'juternye modeli konstrukcij. – K., 2007. – 394 p.

4. Ilker Kalkan, Saruhan Kartal. Torsional Rigidities of Reinforced Concrete Beams Subjected to Elastic Lateral Torsional Buckling. World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Civil and Environmental Engineering. Vol.11, (№7). 2017. P. 969-972.

5. James K. Wight, James G. MacGregor. Reinforced Concrete. Mechanics and Design. USA, 2009. – 1157 p.

6. Jikai Zhou, Wei Shen, Shifu Wang Experimental study on torsional behavior of FRC and ECC beams reinforced with GFRP bars. Construction and Building Materials. (152). 2017. P. 74-81.

7. Karpenko N.I. obshchie modeli mekhaniki zhelezobetona. –M.: Strojizdat, 1996.– 416s.

8. Kongjian Shen, Shui Wan, Y.L. Mo, Zhengwen Jiang. Theoretical analysis on full torsional behavior of RC beams strengthened with FRP materials. Composite Structures. (183). 2018. P. 347-357.

9. Kouen, G.Dzh. Kruchenie v obychnom i predvaritel'no napryazhennom zhelezobetone: Per.s angl. / G.Dzh. Kouen; –M.:Izd-vo literatury po stroitel'stvu, 1972.–104 s

10. Luis F.A. Bernardo, Jorge M.A. Andrade. A unified softened truss model for RC and PC beams under torsion. Journal of Building Engineering. (32). 2020. P.2-13.

11. Mohammed Sirage Ibrahim, Esayas Gebreyouhannes, Abdulkerim Muhdin, Abrham Gebre. Effect of concrete cover on the pure torsional behavior of reinforced concrete beams. Engineering Structures. (216). 2020. P.2-12.

12. Taliat Azizov, Rolando Pereiras, Oksana Maistrenko. Influence of the Structural Support Model on the Stress-Strain State of Reinforced Concrete Floor Slabs // Material Science Forum (Volume 1100). Pp 159-165.

13. Taliat Azizov, Rolando Pereiras. Influence of Cracking on the Forces in Reinforced Concrete Slab Elements // AIP Conference Proceedings. 2840, 050001 (2023). (IX INTERNATIONAL CONFERENCE ON ACTUAL PROBLEMS OF ENGINEERING MECHANICS (APEM2022) 17–20 May 2022 Odesa, Ukraine. <https://doi.org/10.1063/5.0169454>.

14. Timoshenko S., Woinowsky-Krieger. Theory of Plates and Shells. New York Toronto London, 1959. – 635 p.

15. Ulickij B.E., Potapkin A.A., Rudenko V.I., Saharova I.D., Egorushkin YU.M. Prostranstvennye raschyoty mostov. – M.: Transport, 1967. – 404 s.

16. Zienkiewicz O.C. The finite element method in engineering science. Mcgraw-Hill-London, 1971. 540 p.