

**РОЗРАХУНКОВІ МОДЕЛІ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ НЕСУЧОЇ
ЗДАТНОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК ЗА ПОХИЛИМИ
ПЕРЕРІЗАМИ**

**MODELS FOR DETERMINATION BEARING CAPACITY OF
REINFORCED CONCRETE BEAMS BY INCLINED SECTIONS**

Швайковський В.Л., аспірант, ORCID 0000-0002-0566-9999,
Погрібний В.В., к.т.н., с.н.с., ORCID 0000-0001-7531-2912, (Національний
університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»)

Shvaikovskiy V.L., post graduate student, ORCID 0000-0002-0566-9999,
Pohribnyi V.V., candidate of technical sciences, senior researcher,
ORCID 0000-0001-7531-2912 (National University “Yuri Kondratyuk Poltava
Polytechnic”)

Проаналізовано методи розрахунку несучої здатності за похилими перерізами залізобетонних конструкцій, що згинаються, їх розвиток і удосконалення. Розглянута класична «фермова аналогія», її модифікації, «аркова аналогія» і системи «розпірки-тяжі» та «диско-в'язева». Наведені фактори впливу та розрахункові параметри похилого перерізу.

The methods of calculating bearing capacity of flexural reinforced concrete structures in inclined sections and the stages of their development and improvement are analyzed. The classic "truss analogy", its modifications, "arch analogy", "strut-tie" and "disc-link" models are considered. Factors established in the author's research that affect the bearing capacity of structures and the resistance of their constituent members are given. The first group includes factors whose influence has been studied in detail, namely: type and class of concrete, class and intensity of shear reinforcement, effective depth of the cross-section, inner lever arm, shear projection c , angle of inclination θ of strut. The second group includes dowel effect in longitudinal reinforcement, engagement along the banks of an inclined crack, scale factor, the quantitative influence of which, especially when they are combined, has not been clearly established. The factors of the first group are taken into account in the design dependencies of the various country's norms. The expediency of introducing additional parameters of the inclined section into the design dependencies is indicate. These include the height of the compressed concrete above the dangerous inclined crack at the place of application of the concentrated load, the angle of the wedge of the wedge-shaped zone and the length of the projection of the inclined crack c_0 , which is

unambiguously set by the value c . The problem of the resistance of a truncated concrete wedge loaded beyond the truncation edge by longitudinal compressive and shear forces was solved at the National University “Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic”. Wedge models a compressed zone above a dangerous inclined crack. The theory of plasticity, variational calculation, and the principle of virtual velocities are applied. The value of the limit forces corresponds to the minimum power of plastic strain localized in a thin layer on the shear surface.

Ключові слова:

Конструкція, модель, аналогія, екстремум, зусилля, фактор, вплив
Structure, model, analogy, extremum, effort, factor, influence

Вступ. Питанню визначення несучої здатності за похилими перерізами залізобетонних конструкцій, що згинаються, була присвячена велика кількість експериментальних та теоретичних досліджень. І зараз зацікавленість у його вирішенні не зменшується. При цьому, особлива увага науковців приділяється удосконаленню розрахункових моделей, найбільш повному врахуванню визначальних факторів та параметрів похилого перерізу при визначенні зусиль, що сприймаються балковими конструкціями.

Мета роботи. Метою роботи є надання пропозицій щодо шляхів удосконалення методу розрахунку несучої здатності залізобетонних балок за похилими перерізами на основі аналізу існуючих розрахункових моделей і визначальних факторів впливу.

Розрахункові моделі для визначення несучої здатності. Концепція класичної «фермової аналогії» була викладена в роботах В. Ріттера [1] і Е. Мерша [2]. Передбачалося, що головні напруження розтягу утворюють діагональні тріщини, котрі розділяють конструкцію на стиснуті підкоси, а зусилля розтягу сприймаються поперечною арматурою. Поздовжня арматура і стиснута зона бетону над тріщиною розглядаються як нижній і верхній пояси ферми. У спрощеному варіанті підкоси вважалися нахиленими під кутом 45° .

У подальшому, переважно за кордоном, відбувалося вдосконалення методу «фермової аналогії» в напрямках змінення кута стиснутого підкосу, вибору критерію граничного стану, застосування «теорії полів стиску» з використанням рівнянь рівноваги та врахування зменшення опору бетону між діагональними тріщинами [3].

Також застосовується аркова аналогія, в якій балка за траєкторією головних напружень представляється як умовна арка (рис. 1). Згідно Г.Н.І. Кані [4] балка складається із декількох арок, які розділені похилими тріщинами: загальна арка, аркові опори за рахунок сил зчеплення внутрішніх арок і аркові в'язі у вигляді хомутів. Запропонована формула для підрахунку

граничного зусилля V_{Rd} , котра включає добуток зусиль, що сприймає бетон на зсув і поперечна арматура.

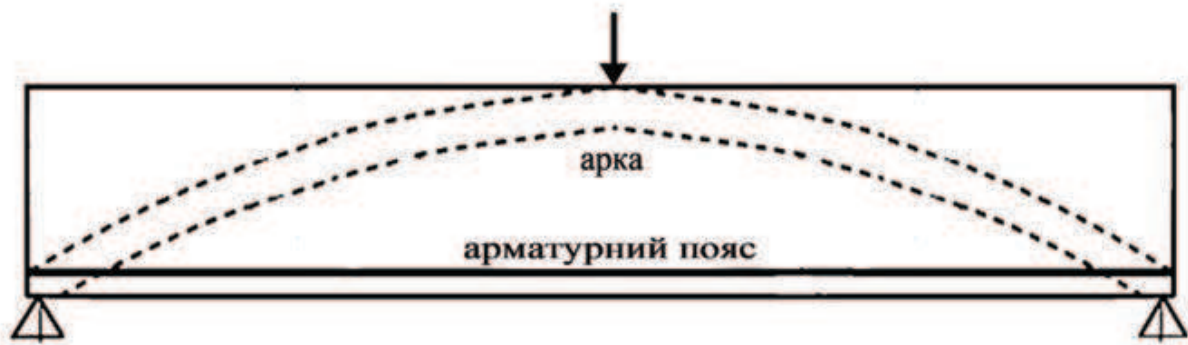


Рис. 1 Модель «аркової аналогії» з умовною аркою відповідно до траєкторії головних напружень стиску

Модель «розпірки-тяжі» зводить конструкцію до розпірок, які відтворюють роботу полів стиску та тяжів, які моделюють арматуру. Метод дозволяє враховувати криволінійність обрису елементів конструкції, а також наявні отвори в ній. Рівномірно розподілене навантаження замінюється зосередженими силами, прикладеними у вузлах на перетині полів стиску та арматури (рис. 2).

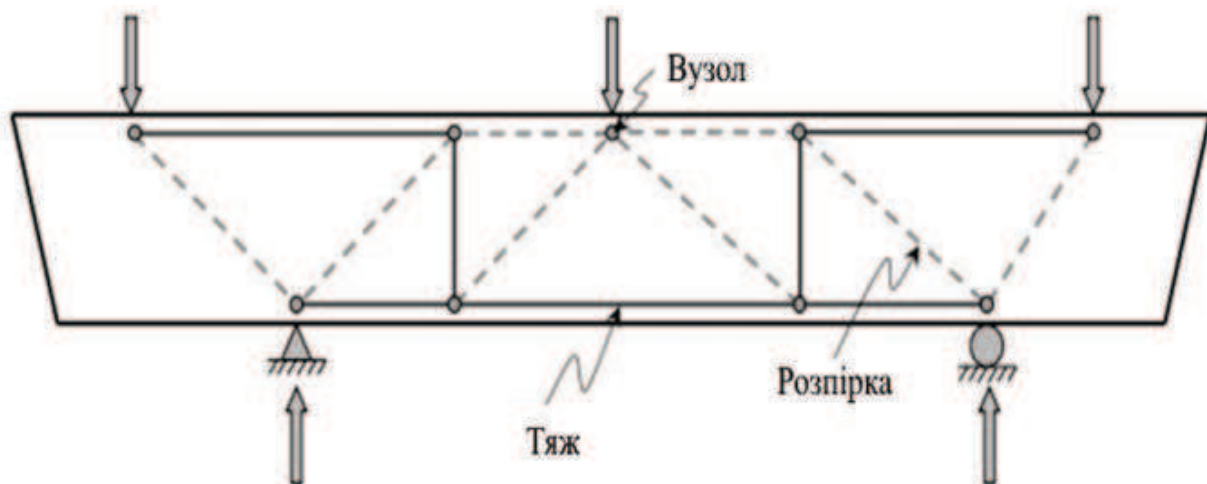


Рис. 2 Модель «розпірки-тяжі» та її елементи

У середині минулого століття О.О. Гвоздев і М.С. Боришанський розробили метод граничної рівноваги зусиль у похилому перерізі залізобетонного елемента. В [5] запропоновані дві схеми руйнування у похилому перерізі, в яких дія згинального моменту M_{Ed} і поперечної сили V_{Ed} розглядалися окремо (рис. 3).

Даний метод розрахунку надає можливість більш раціонально призначати поперечну арматуру балок ніж «класична» теорія, котра базується на опорі матеріалів. Метод тривалий період часу використовувався у якості нормативного.

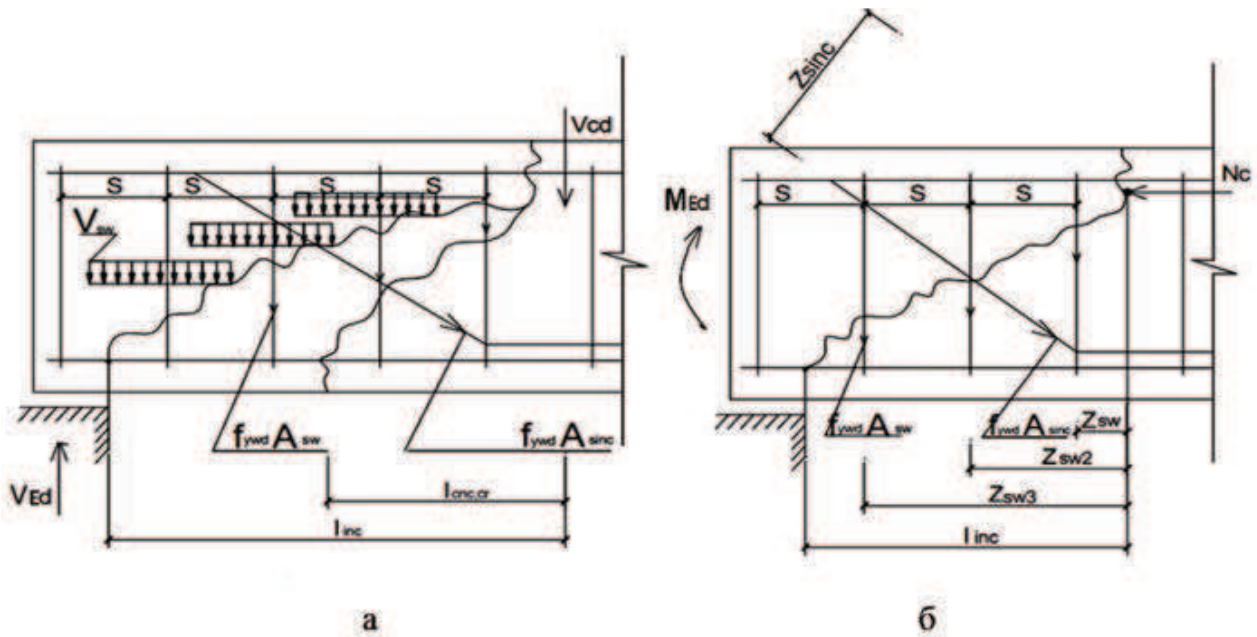


Рис. 3. Схема зусиль у похилому перерізі при розрахунку V_{Rd} (а) і M_{Rd} (б)

Базуючись на характері розподілу деформацій на ділянці біля опор в граничному стані О.С. Залесов і Ю.О. Клімов [6] запропонували розглядати конструкцію як дисково-в'язеву систему (рис. 4), яка складається із жорстких бетонних блоків B_1 , B_2 і B_3 , з'єднаних піддатливими в'язями 1 – 5.

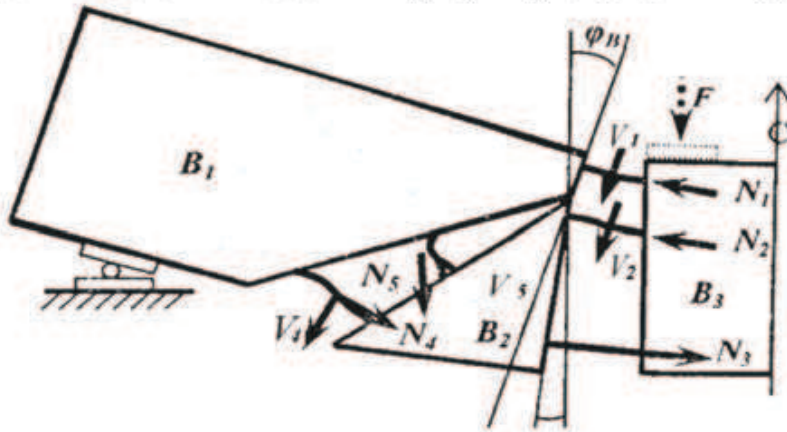


Рис. 4 Фізична модель і кінематична схема деформування ділянки біля опори залізобетонного елемента, що згинається

Методика розрахунку несучої здатності в похилих перерізах, котра враховує зусилля нагельного ефекту і сил зачеплення в похилій тріщині була запропонована в [7, 8]. Розрахункові залежності включають такі зусилля: сумарне в хомутах, які перетинають похилу тріщину; поперечне, котре виникає в поздовжній розтягнутій арматурі; дотичне опору зсуву вдовж берегів похилої тріщини; поперечне в стиснутій зоні бетону, що визначається за уточненою залежністю, котра дозволяє уникнути додаткових обмежень емпіричного характеру. Дотичні зусилля опору зсуву в берегах похилої тріщини залежать від міцності бетону на розтяг і кута нахилу тріщини.

Нормативні методи розрахунку. У нормах різних країн наведені методи, які узагальнюють авторські дослідження, враховують визначальні фактори і параметри похилого перерізу та мають достатньо просту форму запису розрахункових залежностей.

У нормах США [9] і Канади [10] використовується «метод критичної похилої тріщини», в основу якого покладене твердження про сприйняття поперечної сили арматурою, напруження в якій досягають міцності на розтяг, і бетоном з напруженнями, що відповідають утворенню похилої тріщини.

Відповідно до АСІ Code з метою попередження роздавлювання бетону в стиснутій діагональній смугі обмежуються граничні дотичні напруження величиною $0,2f_c'$ для балок з поперечним вертикальним армуванням. Перевірка несучої здатності в похилих перерізах здійснюється за умовою:

$$V_n = \varphi(V_c + V_{sw}), \quad (1)$$

де V_n , V_c , V_{sw} – поперечна сила від дії розрахункового граничного навантаження; зусилля, котрі сприймаються бетоном і поперечною арматурою відповідно; складові поперечного зусилля визначаються при куті нахилу стиснутих підкосів 45° , а кількість поперечних стержнів, які перетинають похилу тріщину, дорівнює d/s (d і s – робоча висота і крок поперечних стержнів); φ – коефіцієнт безпеки, що дорівнює 0,85.

Поперечне зусилля V_c за [9, 10] є функцією: $\sqrt{f_c'}$, b_w , d , тут f_c' – міцність бетону при стиску, та визначається з введенням коефіцієнтів, які враховують вид бетону та його роботу при наявності тріщин.

Метод розрахунку конструкцій на зріз при згинанні за CSA [10] базується на «модифікованій теорії полів стиску». Розрахункове поперечне зусилля, котре сприймається за похилим перерізом, пропонується обмежити величиною зусилля роздавлювання похилого стиснутого підкосу.

Поперечне зусилля V_{sw} залежить від інтенсивності армування q_{sw} , проекції тріщини на поздовжню вісь конструкції та від кута нахилу відгинів. Довжина проекції тріщини обмежується.

У Французьких нормах BPEL [11] використана «фермова аналогія» із кутом підкосу $\geq 30^\circ$ і складовою, що враховує роботу бетону стиснутої смуги.

У Eurocod 2 [12] і нормах України [13] для конструкцій із вертикальним поперечним армуванням за несучу здатність приймається менша із величин:

– зусилля, котре сприймається поперечною арматурою:

$$V_{Rd,s} = q_{sw}z \cot \theta, \quad (2)$$

– максимального поперечного зусилля, що сприймають стиснуті елементи:

$$V_{Rd,max} = \frac{b_w z v_1 f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta}, \quad (3)$$

де b_w – ширина балки; ν_1 – коефіцієнт, що враховує роботу бетону з тріщинами; f_{cd} – розрахункове значення міцності бетону при стиску.

Кут нахилу стиснутого розкосу θ в даній методиці є непостійною величиною і змінюється в межах: $1 \leq \cot \theta \leq 2,5$ (рис. 5).

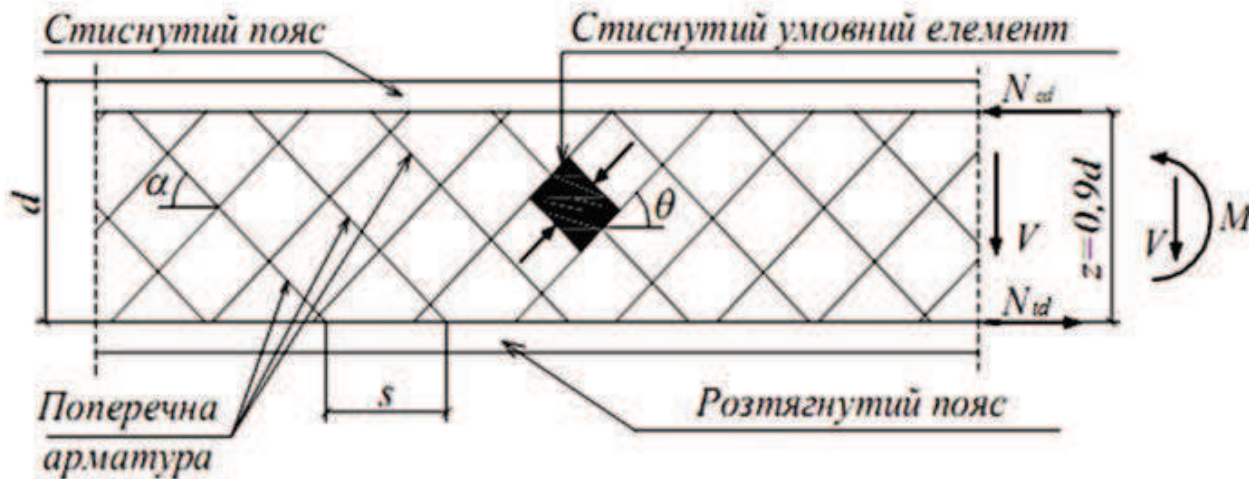


Рис. 5 «Фермова аналогія» для розрахунку у похилому перерізі конструкції, що згинається

Метод DIN [14], використовує модифіковану «фермову аналогію» і розглядає три значення поперечної сили: та, що сприймається елементом без поперечної арматури; поперечною арматурою та стиснутими розкосами. Для розрахунку конструкцій без поперечного армування зусилля в бетоні V_{Rd} є функцією характеристичної міцності $f_{ck}^{1/3}$, а зусилля зачеплення у берегах тріщини залежить від f_{cd} .

Розрахунок за AIJ Code Japan [15] базується на сумісному використанні фермової й аркової аналогій.

Норвезькі норми NS [16] використовують три методи розрахунку: спрощений; метод «модифікованої фермової аналогії» зі змінним кутом нахилу стиснутого підкосу; загальний метод, котрий базується на модифікованій теорії полів стиску.

Фактори впливу та розрахункові параметри похилого перерізу. Окрім, класу і виду бетону та класу і кількості арматури, ширини та робочої висоти d або плеча внутрішньої пари сил z перерізу і кута нахилу θ , що враховані у нормах, дослідники виділяють ряд додаткових факторів, які впливають на несучу здатність у похилих перерізах конструкцій [17–20]. Серед них слід відмітити: нагельний ефект у поздовжній арматурі; зачеплення за берегами похилих тріщин; проліт зрізу; масштабний фактор.

Граничне зусилля, котре сприймається бетоном клиноподібної стиснутої зони над небезпечною похилою тріщиною – одна із найбільш значимих складових несучої здатності балкових залізобетонних конструкцій. Вказане

підтверджується експериментально встановленими характером руйнування та величиною несучої здатності. При цьому, розрахунковими параметрами є, окрім міцності стиснутого бетону, також висота x стиснутої зони у розрахунковому перерізі в місці прикладання навантаження та кут її нахилу, котрий визначає обрис небезпечної тріщини [21]. Стосовно величини кута нахилу θ умовного стиснутого елемента (похилої тріщини) та її визначення дослідники не мають єдиної точки зору, що потребує уточнення.

Висновки. На підставі проведеного дослідження зроблені такі висновки:

1. Методи розрахунку за похилими перерізами залізобетонних конструкцій, що згинаються, пройшли еволюційний шлях. Найбільш відомі моделі «фермової аналогії», «аркової аналогії», представлення балкових конструкцій як систем «розпірки-тяжі» та «диско-в'язевої».

2. В авторських методах ураховано вплив на несучу здатність великої кількості визначальних факторів, серед яких одні детально вивчені, а врахування інших, насамперед нагельного ефекту в поздовжній арматурі та зачеплення у берегах похилої тріщини потребують подальшого дослідження.

3. Нормативні методи розрахунку різних країн узагальнюють авторські залежності та враховують основну групу визначальних факторів, а саме: вид і клас бетону, клас і інтенсивність поперечної арматури, робочу висоту перерізу, плече внутрішньої пари сил, кут нахилу θ підкосів, який суттєво відрізняється в різних нормах.

4. Дослідженнями, виконаними в Національному університеті «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», встановлена доцільність врахування висоти стиснутого бетону в місці прикладання зосередженого навантаження, кута клиноподібної стиснутої зони та довжини проекції похилої тріщини c_0 залежно від величини c .

1. Ritter W. Die bauweise hennebique / W. Ritter// Schweizerische Bauzeitung. – 1899. – Vol. 33 (7). – Pp. 59–61.

2. Mörsch E. Concrete-steel construction/ E. Mörsch // McGraw-Hill (English translation by E.P. Goodrich). New York, 1909. – 368 p.

3. Collins M.P. Toward a rational theory for RC members in shear/ M.P. Collins// Journal of Structural Division, ASCE. – 1978. – Vol. 104 (4). – Pp. 649 – 666.

4. Kani G.N.S. A rational theory for the function of web reinforcement / G.N.S. Kani // SACI Proc. – 1969. – Vol. 66 (3). – Pp. 185–196.

5. Боришанский М.С. Новые данные о сопротивлении изгибаемых элементов действию поперечных сил / М. С. Боришанский // Вопросы современного железобетонного строительства. – М.: Стройиздат, 1952. – С. 136 – 152.

Borishanskii M.S. Novie dannie o soprotivlenii izgibaemikh elementov deistviyu poperechnikh sil / M. S. Borishanskii // Voprosi sovremennogo zhelezobetonnoogo stroitelstva. – М.: Stroizdat, 1952. – S. 136 – 152.

6. Залесов А.С. Прочность железобетонных конструкций при действии поперечных сил / А.С. Залесов, Ю.А. Климов. – К.: Будівельник. – 1989. – 104 с.

Zalesov A.S. Prochnost zhelezobetonnikh konstruktsii pri deistvii poperechnikh sil / A.S. Zalesov, Yu.A. Klimov. – К.: Budivelnik. – 1989. – 104 s.

7. Торьяник М. С. Прочность и деформативность железобетонных балок, разрушающихся по наклонной трещине / М. С. Торьяник, В. П. Митрофанов // Бетон и железобетон. – 1970. – №2. – С. 39–41.

Toryanik M. S. Prochnost i deformativnost zhelezobetonnikh balok, razrushayushchikhsya po naklonnoi treshchine / M. S. Toryanik, V. P. Mitrofanov // Beton i zhelezobeton. – 1970. – №2. – S. 39–41.

8. Дорофеев В.С. Прочность, деформативность и трещиностойкость приопорных участков внецентренно растянутых и сжатых железобетонных балок / В.С. Дорофеев, В.М. Карпюк, Н.Н. Петров. – Одесса: Издательство «Внешрекламсервис», 2011. – 184 с.

Dorofeev V.S. Prochnost, deformativnost i treshchiiostoikost priopornikh uchastkov vnetsentrenno rastyanutikh i szhatikh zhelezobetonnikh balok / V.S. Dorofeev, V.M. Karpuyuk, N.N. Petrov. – Odessa: Izdatelstvo «Vneshreklamservis», 2011. – 184 s.

9. ACI 318-14. Building Code Requirements for Structural Concrete for Commentary on Building Code Requirements for Structural Concrete. – American Concrete Institute, 2014. – 519 p.

10. CSA A 23.3-04. Design of Concrete Structures. – 2004. – 200 p.

11. BPEL Regies Techniques de Conception et de Calcul des Ouvrages et Constructions en Beton Precontract suivant la Methods des Etats Limhes. – CCTG, 1991. – 311 s.

12. Eurocode 2. Design of Concrete Structures. Part 1. General Rules and Rules for Buildings: EN 1992 – 1:2001. – Brussels, 2002. – 230 p.

13. ДСТУ Б В.2.6-156:2010. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. – К.: Мінрегіонбуд України, Державне підприємство «Укрархбудінформ», 2011. – 118 с. – (Національний стандарт України).

DSTU B V.2.6-156:2010. Betonni ta zalizobetonni konstruktsii z vazhkooho betonu. Pravyla proektuvannia. – K.: Minrehionbud Ukrainy, Derzhavne pidprijemstvo «Ukrarkhbudininform», 2011. – 118 s. – (Natsionalnyi standart Ukrainy).

14. DIN 1045-1:2008. Tragewerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil 1: Bemessung und Konstruktion. – 2008. – 62 s.

15. Design Guidelines for Earth Quake Resistant Reinforced Concrete Building Based on Ultimate Strength Concept. – Architectural Institute of Japan, 1990. – Pp. 112–149.

16. Norwegian Standard NS 3473. – Norwegian Council for Building Standardization, 1992.

17. Rahal K.N. Minimum transverse reinforcement in 65 MPa concrete beams / K.N. Rahal, K.S. Al-Shaleh // ACI Structural Journal. – 2004. – Vol. 101 (6). – Pp. 872 – 878.

18. Cladera A. Experimental study on high-strength concrete beams failing in shear / A. Cladera, A.R. Mari // Engineering Structures. – 2005. – Vol. 27 (10). – Pp. 1519 – 1527.

19. Mohammed A.O.I. Experimental studies of strength inclined sections bent elements from autoclaved aerated concrete / A.O.I. Mohammed // IOP Conf. Ser.: Materials Science and Engineering. – 2021. – Vol. 1079. – Chapter 1, 022062.

20. Kuo W.W. Shear strength of reinforced concrete beams / W.W. Kuo, T. C. H. Thomas, S. J. Hwang // ACI Structural Journal. – 2014. – Vol. 111. – Pp. 809 – 818.

21. Dovzhenko O. Strength calculation of risers near the supports of reinforced concrete three-hinged frames based on the concrete plasticity theory/O. Dovzhenko, V. Pohribnyi, Ye. Klymenko, M. Oreškovič, O. Maliovana // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2019. – Vol. 708, 012046.