

ДОСЛІДЖЕННЯ, ПРОЕКТУВАННЯ ТА ЗАПРОВАДЖЕННЯ РЕСУРСОЕКОНОМНИХ КОНСТРУКЦІЙ, БУДІВЕЛЬ ТА СПОРУД

УДК 624.012.45

ГРАНИЦІ ЗАСТОСУВАННЯ КВАЗИСТАТИЧНОГО МЕТОДУ РОЗРАХУНКУ НА ДІЮ ВИБУХОВОЇ ХВИЛІ

LIMITS OF THE APPLICATION OF THE QUASISTATIC METHOD OF CALCULATION FOR THE ACTION OF AN EXPLOSIVE WAVE

Азізов Т.Н., д.т.н., проф., Orcid [0000-0001-9621-9805] (Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини); Кочкар'єв Д.В., д.т.н., проф. Orcid [0000-0002-4525-7315] (Національний університет водного господарства та природокористування)

Taliat Azizov, Doctor of Engineering, Professor, (PavloTychynaUmanState PedagogicalUniversity, Ukraine); **Dmitro Kochkarev, Doctor of Engineering, Professor** (National University of Water and Environment Engineering, Ukraine)

В статті наведена методика інженерного розрахунку балки за допомогою рівнянь Лагранжа другого роду, що дозволяє доволі легко отримати максимальне значення коефіцієнта динамічності. Показано, що еквівалентне статичне навантаження суттєво залежить від прольоту балки, її жорсткості, а також від її власної маси та маси підлоги на перекритті. Для зменшення динамічного впливу вибухової хвилі рекомендовано збільшувати масу перекриття. Показано, що значення еквівалентного статичного навантаження, яке приймається в ДБН, є не зовсім коректним, бо не враховує конструкцію перекриття. Наведені пропозиції по усуненню цього недоліку.

The Ukrainian normative document adopts a quasi-static method for calculating the action of a shock wave from an explosion. This method involves the use of an equivalent static load. However, this method does not take into account the dynamic nature of the process. When using the quasi-static method, the equivalent load is accepted without taking into account the geometric and physical-mechanical characteristics of the enclosing structure. Therefore, the equivalent load is accepted incorrectly.

It is shown that the dynamic coefficient depends on the span and cross-sectional dimensions. When assigning an equivalent load, these factors must be taken into account. When calculating one class of structure, the dynamic coefficient can differ significantly depending on the material, rigidity, span. Accordingly, the equivalent static load must also be different.

It is shown that the form of change in blast wave pressure over time affects the displacements and forces of the structure on which this wave acts. An analysis of the form of change in blast wave pressure over time is carried out.

It is shown that when an explosive load acts on a reinforced concrete beam, the equivalent static load can be both less than that regulated by regulatory documents, and more. It depends significantly on the span of the beam, its rigidity, as well as its own mass and the floor on the floor.

The article presents a method for engineering calculation of the beam using the Lagrange equations of the second kind. This makes it easy to obtain the maximum value of the dynamic coefficient.

To reduce the dynamic impact of the blast wave, it is recommended to increase the mass of the floor in any way. In addition, it is recommended to increase the span of the beams.

It is also shown that with a nonlinear dependence of the action of the blast pressure over time, the dynamic coefficient decreases, which should also be taken into account when designing

Ключові слова: кінетична енергія, потенціальна енергія, рівняння Лагранжа, динамічне навантаження, вибухова хвиля, коефіцієнт динамічності
kinetic energy, potential energy, Lagrange's equation, dynamic load, explosive wave, dynamism coefficient

Аналіз досліджень і постановка задачі. В українському нормативному документі [9] прийнятий квазістатичний метод розрахунку на дію повітряної ударної хвилі. Цей метод передбачає використання так званого еквівалентного навантаження, що означає розрахунок умовно на статичну дію навантаження, переміщення і зусилля від якого еквівалентні реальному динамічному навантаженню. Відомо, однак, що цей метод, по-перше, є найменш точним, по-друге, він не враховує фізичну сутність процесу. Відомо також, що окрім квазістатичного методу існує метод прямого інтегрування рівнянь руху і імпульсний метод [8], які є значно більш точними.

В той же час для проектувальників, все-таки, найзручнішим методом є квазістатичний метод. Однак, при застосуванні квазістатичного методу еквівалентне навантаження приймається без розглядання геометричних (прольот, розміри поперечного перерізу) і фізико-механічних характеристик огорожуючої конструкції [9]. Тобто, якщо конструкція відноситься до певної категорії споруди і розташована в певному її місті, то навантаження приймається за цими показниками, і не враховується ані матеріал конструкції, ані її жорсткісні характеристики. Так, для перекриттів прийнято мінімальне значення навантаження 100 кПа. З теорії будівельної механіки відомо, що чим більша жорсткість конструкції, тим вищим буде її коефіцієнт динамічності [2,

7, 12]. Тому при розрахунку одного і того ж класу конструкції коефіцієнт динамічності може суттєво відрізнятись в залежності від матеріалу, жорсткості, прольоту тощо. Відповідно і еквівалентне статичне навантаження також повинно бути різним.

Крім того, форма зміни тиску вибухової хвилі в часі також має вплив на переміщення і зусилля конструкції, на яку діє ця хвиля. Однак, часто приймають спрощений лінійний розподіл тиску в часі [6], який може суттєво відрізнятись від більш реального криволінійного, форма якого показана Фрідлендером [1, 4]. Аналіз врахування форми зміни тиску вибухової хвилі в часі також є актуальним.

З огляду на вищесказане метою цієї статті є розроблення методики визначення величини еквівалентного статичного навантаження на основі динамічних розрахунків.

Викладення основного матеріалу. Розглянемо найпростішу конструкцію – однопрольотну шарнірно опертую балку (суть розрахунку балки з будь-яким іншим видом опирання не змінюється). Відомо [2, 12], що розрахунок балки, в якій маса рівномірно розподілена по довжині, без помітних похибок можна рахувати як одномасову систему з еквівалентною масою $m_{\text{екв}}$, яка визначається з умов рівності кінетичної енергії балки з розподіленою масою кінетичній енергії одномасової системи з еквівалентною масою. На рис. 1 приведена схема такої балки з розподіленим по всьому прольоту динамічним навантаженням $q=q(t)$.

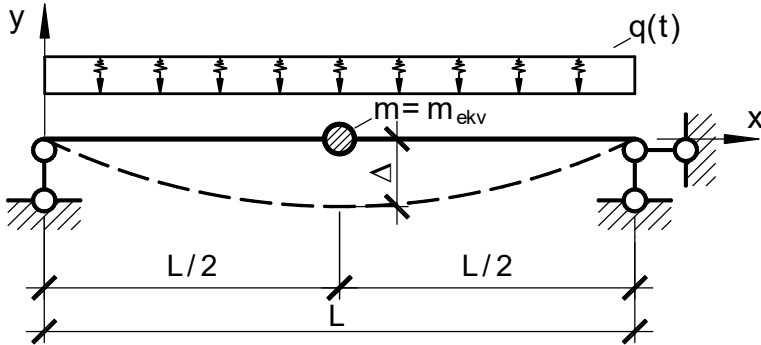


Рис. 1. Схема балки з зосередженою еквівалентною масою в середині прольоту

Використаємо рівняння Лагранжа другого роду для розрахунку конструкції. Враховуючи, що система має одну масу, за єдину узагальнену координату приймемо переміщення $\Delta = \Delta(t)$ середини прольоту балки.

Кінетична енергія визначається за формулою:

$$T = \frac{m}{2} \dot{\Delta}^2 \quad (1)$$

де точка вверху означає першу похідну по часу t .

Потенціальна енергія складається з двох частин: енергії від згину балки U_b і енергії від переміщення маси m U_m . Енергія від згину балки визначається за формулою:

$$U_b = \frac{k}{2} \Delta^2 \quad (2)$$

де k – коефіцієнт жорсткості, який при дії рівномірного навантаження визначається за відомою формулою [11]:

$$k = \frac{384 \cdot EJ}{5 \cdot l^4} \quad (3)$$

EJ – згинальна жорсткість балки.

Потенціальна енергія від переміщення маси m дорівнює:

$$U_m = -m \cdot g \cdot \Delta \quad (4)$$

де g – прискорення вільного падіння.

Кінетичний потенціал визначається за формулою [13]:

$$L = T - U = \frac{m}{2} \dot{\Delta}^2 - \frac{k}{2} \Delta^2 + m \cdot g \cdot \Delta \quad (5)$$

Рівняння Лагранжа другого роду виглядає:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\Delta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \Delta} = Q \quad (6)$$

де Q – узагальнена сила від дії тільки активних сил (потенціальні сили враховані в кінетичному потенціалі L). Відомо [13], що для визначення узагальноної сили треба задати віртуальне переміщення δ_c узагальноної координати, обчислити роботу всіх активних сил на цьому переміщенні. Тоді Узагальноною силою буде коефіцієнт при значенні цієї роботи. Для цього розіб'ємо балку на n однакових частин довжини $a=L/n$ і прикладемо зосереджені сили $F=q \cdot a$ (причому $F=F(t)$), розташовані на однакових відстанях a . Тоді замість схеми за рис. 1 будемо мати схему (рис. 2).

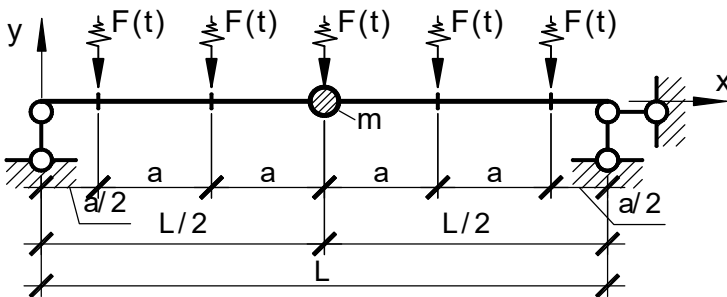


Рис. 2. Схема для визначення узагальноної сили

Елементарна робота δA всіх активних сил (усіх сил F) дорівнює:

$$\delta A = \sum_{i=1}^n F \cdot \delta_i \quad (7)$$

де δ_i – переміщення в точці з координатою x_i від сили над нею. Для визначення залежності δ_i від δ_c прикладемо умовну силу F в середині прольоту (рис. 3).

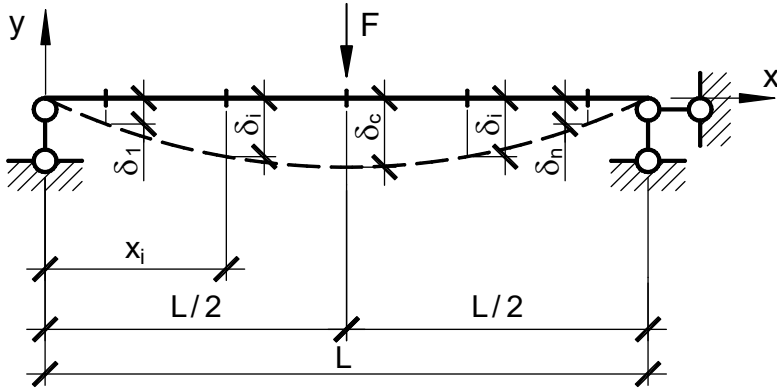


Рис. 3. Схема для визначення залежності $\delta_i=f(\delta_c)$

Тоді переміщення δ_i буде визначатися (при $0 < x_i \leq L/2$) [11]:

$$\delta_i = \frac{P \cdot l^3}{48 \cdot EJ} \left(3 \frac{x_i}{l} - 4 \frac{x_i^3}{l^3} \right) \quad (8)$$

Позначивши $\alpha_i = \delta_i / \delta_c$, і враховуючи відоме значення максимального прогину в середині прольоту від дії сили там же, будемо мати;

$$\alpha_i = 3 \frac{x_i}{l} - 4 \frac{x_i^3}{l^3} \quad (9)$$

Враховуючи вище описане, узагальнена сила Q буде визначатися наступною формулою (при n парному):

$$Q = F \cdot 2 \sum_{i=1}^{n/2} \alpha_i \quad (10)$$

Підставляючи значення кінетичного потенціалу L з (5) і узагальненої сили Q з (10) в рівняння Лагранжа (6), проводячи диференціювання і маючи на увазі, що $F=F(t)$, отримаємо диференціальне рівняння:

$$m \cdot \ddot{\Delta} + k \cdot \Delta = F(t) \cdot 2 \sum_{i=1}^{n/2} \alpha_i \quad (11)$$

Слід відмітити, що формула (11) не враховує затухання, однак, відомо [2], що при імпульсивних навантаженнях з дуже коротким часом дії затухання можна не враховувати, бо максимум реакції досягає за дуже короткий проміжок часу, перш ніж сили затухання зможуть поглинути значну долю енергії, яка передається конструкції.

Диференціальне рівняння (11) отримано в [2] іншим способом, але без суми для a_i , яка враховує розподілене навантаження. Використання рівнянь Лагранжа має перевагу в тому, що при збільшенні степенів свободи вони стають набагато зручнішими. Окрім того, рівняння Лагранжа другого роду корисні при розгляданні геометрично змінюваних систем, наприклад, при розрахунку гнучкої нитки на вибухову хвилю [1]. Слід відзначити, що рівняння Лагранжа в [1] записано у вигляді:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\Delta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \Delta} = Q \quad (12)$$

де T – кінетична енергія. Але враховуючи, що узагальнена сила Q у випадку дії і потенціальних, і активних сил визначається за формулою:

$$Q = -\frac{\partial U}{\partial \Delta} + Q^I \quad (13)$$

де Q^I – узагальнена сила тільки від активних сил, то підставляючи (13) в (12), отримаємо рівняння (6), яке ідентичне рівнянню (12) з врахуванням (13). Але зручнішим є використання рівняння (6).

Ще одною різницею є факт, що при використанні рівнянь Лагранжа другого роду ми врахували різні переміщення δi (див. рис. 3) під силами F по довжині прольоту у виразі для узагальненої сили (10).

Функція $F(t)$ в диференціальному рівнянні (11) може мати будь який вигляд. Це дозволяє нам розрахувати балку при представленні тиску від вибухової хвилі за лінійним законом, як це прийнято в [6], або за відомим виразом Фрідлендера [4]:

$$F(t) = F_0 \left(1 - \frac{t}{\tau} \right) e^{-\frac{b \cdot t}{\tau}} \quad (14)$$

де τ – час дії позитивної фази вибуху; F_0 – максимальне значення надмірного тиску від вибухової хвилі [6]; константу b не важко визначити за пропозиціями авторів цієї статті [3].

Для пояснення впливу різних факторів на динамічні навантаження розглянемо розрахунок смуги монолітного перекриття шириною 1 м і прольотом 6 м. Враховуючи, що за діючим ДБН [9] прийнятий квазістатичний метод розрахунку, прийємо товщину перекриття 400 мм з розрахунку на навантаження $q=100$ кН/м². Прийнято армування 7Ø25A500. Модуль пружності бетону 25000 мПа. В таблиці 1 наведені результати розрахунку за наведеною вище методикою за дії тиску вибухової хвилі $P_0=465$ кПа з

довжиною позитивної фази 18.6 мс (за калькулятором [5] це тиск від вибуху 800 кг тротилу на відстані 15 м від споруди).

Таблиця 1.

Значення коефіцієнта динамічності і еквівалентного статичного навантаження при варіюванні маси підлоги і зменшення жорсткості балки

№	Маса підлоги m_{pidl} (кг/м ²)	Коеф. зменш. жорсткості k_{cre}	коеф. динамічності k_d при зміні тиску вибухової хвилі		Еквівалентне статичне навантаження p_{0_ekv} (кПа)	
			лінійно	За (14)	лінійно	За (14)
1	0	1	1.068	0.356	496	166
2	0	2	0.56	0.19	260	88
3	0	3	0.379	0.129	176	60
4	0	4	0.286	0.098	133	46
5	500	1	0.734	0.248	341	115
6	500	2	0.379	0.129	176	60
7	500	3	0.255	0.087	119	41
8	500	4	0.192	0.066	90	31
9	750	1	0.635	0.215	295	100
10	750	2	0.326	0.112	152	52
11	750	3	0.219	0.075	102	35
12	750	4	0.165	0.057	77	26
13	1000	1	0.56	0.19	260	88
14	1000	2	0.286	0.098	133	46
15	1000	3	0.192	0.066	90	31
16	1000	4	0.145	0.05	68	23
17	110	1	0.971	0.325	452	151
18	110	2	0.507	0.172	236	80
19	110	3	0.342	0.117	159	55
20	110	4	0.259	0.088	120	41

Зо огляду на те, що маса конструкції грає велику роль, в таблиці показані результати з варіюванням додаткової маси m_{pidl} (окрім власної ваги балки) на перекритті. В таблиці показані значення коефіцієнта динамічності k_d (який, як і загально прийнято, визначається відношенням максимального динамічного прогину до максимального статичного прогину від умовно статичній дії

заданого навантаження P_0). Крім того, в таблиці наведені значення еквівалентного статичного навантаження $P_{0,ekv}$, яке відповідає визначеному коефіцієнту динамічності.

В розрахунках в диференціальному рівнянні (11) за масу m прийнята еквівалентна маса, яка, як відомо [2, 12] для однопрольотної балки має значення $m_{ekv}=0.493 \cdot m_{tot}$, де m_{tot} – сумарна маса всієї балки. Відомо, що при утворенні тріщин жорсткість залізобетонного елемента зменшується. Це зменшення жорсткості залежить від проценту армування, інших характеристик [10]. Тому в таблиці 1 показані дані коефіцієнта динамічності і еквівалентного навантаження з врахуванням зміни жорсткості, що враховано введенням коефіцієнта k_{cre} , який дорівнює відношенню початкової жорсткості до жорсткості з тріщинами.

В таблиці 1 жирним шрифтом з курсивом позначені значення еквівалентного навантаження, які є меншими за значення 100 кПа за[9].

Як можна бачити з таблиці, еквівалентне навантаження може бути як більшим за 100 кПа, так і меншим. Воно суттєво залежить від жорсткості балки і маси балки та конструкції підлоги. На нашу думку збільшення маси покриття можна досягти за допомогою шару піску або щебеню. Так значення $m_{pidl}=500 \text{ кг/м}^2$ – це приблизно шар піску товщиною 300 мм і цементна стяжка 50 мм. Маса 750 або 1000 кг/м^2 – це приблизно шар піску відповідно 430 і 600 мм з цементною стяжкою.

Крім того, як можна бачити з таблиці 1, при застосуванні нелінійного закону зміни тиску в часі (за формулою (14)) коефіцієнт динамічності зменшується. Це пов'язано з фактом, що площа епюри тиску зменшується. З огляду на те, що в реальності епюра тиску має криволінійний характер, слід проводити додаткові дослідження по вирішенню питання, яку саме епюру тиску слід враховувати в розрахунках.

Слід зазначити, що зменшення прольоту призводить до збільшення коефіцієнта динамічності (i , відповідно еквівалентного навантаження), а його збільшення – до зменшення коефіцієнта динамічності. Так, наприклад, для варіанту 5 таблиці 1 (маса $m_{pidl}=500 \text{ кг/м}^2$) при прольоті 3 м коефіцієнт динамічності має значення $k_d=2.65$ (при лінійному розподілі тиску) і $k_d=0.98$ при розподілі тиску по (14). Якщо прольот прийняти 9 м, то $k_d=0.153$ при лінійному розподілі і $k_d=0.053$ – при розподілі за (14). Тому прийняття єдиного значення еквівалентного навантаження, не залежно від жорсткості балки, її прольоту не є коректним.

Перевага застосування рівнянь Лагранжа другого роду полягає в тому, що з їх допомогою можна розрахувати балку, в якій для зменшення динамічної дії вибухової хвилі на опорах встановлюються демпфери у вигляді пружин (рис. 4). В загальному випадку при несиметричному навантаженні система буде мати три узагальнені координати: δ_l , δ_r -переміщення на лівій і правій опорі і Δ -переміщення маси m .

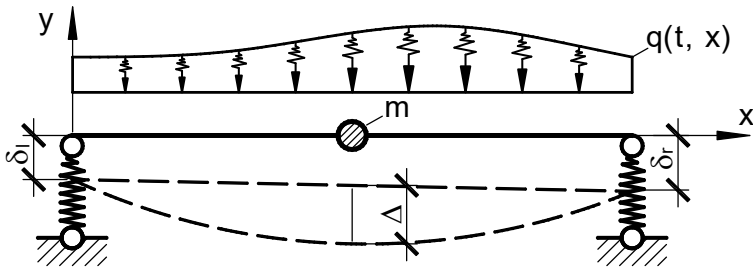


Рис. 4. Схема балки з пружними опорами

Якщо в балці з пружинами розглянути симетричний випадок (подібно рис. 1), то можна знову обійтись однією узагальненою координатою, за яку взяти переміщення центру балки $y = \Delta + \delta$, де Δ , δ - переміщення відповідно центру балки від згину і переміщення пружин. При цьому різниця з рівнянням (6) буде лише в відмінності коефіцієнта жорсткості k , який буде включати в себе обидві жорсткості. Крім того, при визначенні узагальної сили за (10) слід додати елементарне переміщення від деформації пружин, тобто до всіх δ_i додати однакове переміщення пружин на опорі. Після визначення переміщення y , переміщення балки від прогину Δ і переміщення пружин δ будуть визначені з рівнянь:

$$\Delta = \frac{k_2}{k_1 + k_2} y; \delta = \frac{k_1}{k_1 + k_2} y \quad (15)$$

де k_1, k_2 – відповідно жорсткості балки на згин та пружин на осьовий стиск.

Наприкінці відмітимо, що розглядання окремої смуги є приблизним. Більш точним є розрахунок з врахуванням сумісної роботи окремих частин перекриття, що призводить до збільшення жорсткості. Але, якщо вважати, що вибухова хвиля діє на все перекриття, принцип розрахунку залишається таким же. Крім того, окремі балки також можна розраховувати за наведеним в статті методом.

Висновки і перспективи досліджень. При дії вибухового навантаження на залізобетонну балку еквівалентне статичне навантаження може бути як меншим регламентованого нормативними документами, так і більшим.

В статті наведена методика інженерного розрахунку балки за допомогою рівнянь Лагранжа другого роду, що дозволяє доволі легко отримати диференціальне рівняння руху і максимальне значення коефіцієнта динамічності. Еквівалентне статичне навантаження суттєво залежить від прольоту балки, її жорсткості, а також від її власної маси та маси підлоги на перекритті.

Для зменшення динамічного впливу вибухової хвилі рекомендовано збільшувати масу перекриття будь яким способом, наприклад, шаром піску і цементною стяжкою, а також збільшувати прольот конструкції, що збільшує її

деформативність. Дослідження показують, що значення мінімального еквівалентного статичного навантаження на перекриття 100 кПа є не зовсім коректним, бо не враховує конструкцію перекриття, а приймається узагальнено, не залежно від прольоту, жорсткості тощо.

Показано також, що при нелінійній залежності дії вибухового тиску в часі коефіцієнт динамічності зменшується, що також повинно бути враховано при проектуванні.

В перспективі передбачається складання таблиць залежності коефіцієнта динамічності (відповідно і еквівалентного статичного навантаження) у вигляді функції $k_d=f(l,EJ,m)$, де l , EJ , m – відповідно прольот балки, її згинальна жорсткість, маса. Це дозволить мати можливість приймати еквівалентне навантаження в залежності від названих факторів. Крім того, на нашу думку, варто застосувати нові інженерні динамічні методи розрахунку (наприклад, метод акселерограм [3]), інші методи, що дозволили б більш об'єктивно враховувати всі фактори.

1. Azizov T., Kochkarev D. ACCOUNTING FOR THE MASS OF A FLEXIBLE THREAD WHEN CALCULATING FOR THE EFFECT OF A BLAST WAVE // Science of Europe. #149 (2024) – p. 47-51

2. Clough R.W., Penzien J. Dynamics of Structures. New-York, 1975. – 319 p.

3. Dmytro Kochkarev, Taliat Azizov & Tatiana Galinska . Calculation of Buildings and Structures for Air Blasts Using Explosion Accelerograms//Proceedings of EcoComfort 2024

4. Karlos V, Solomos G (2013) Calculation of blast loads for application to structural components, JRC Technical report, EUR 26456 EN. <https://doi.org/10.2788/61866>

5. Kingery C. N., Bulmash G., (1984) “Technical report ARBRL-TR-02555: Air blast parameters from TNT spherical air burst and hemispherical burst”, AD-B082 713, U.S. Army Ballistic Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground, MD.

6. Unified Facilities Criteria (2008), “UFC 3-340-02 Structures to Resist the Effects of Accidental Explosions”, U.S. Army Corps of Engineers, Naval Facilities Engineering Command, Air Force Civil Engineer Support Agency.

7. Yan S., Wang J.-H., Wang D., Zhang L. Mechanism analysis on progressive collapse of RC frame structure under blast effect. Gongcheng Lixue / Engineering Mechanics. 2009. No.26 (SUPPL. 1). Pp.119–123, 129.

8. Азізов Т.Н., Кочкар'єв Д.В. Розрахунок огороджуючих конструкцій захисних споруд на основі квазістатичного методу// Ресурсоекономічні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Вип. 44. – Рівне: Нац. ун-т водного господарства та природокористування, 2024. – С. 109-119.

9. ДБН В.2.2-5:2023 ЗАХИСНІ СПОРУДИ ЦИВІЛЬНОГО ЗАХИСТУ.

10. Кочкар'єв Д.В. Нелінійний опір залізобетонних елементів і конструкцій силовим впливам: Монографія. – Рівне: О.Зень, 2015. – 384 с.

11. Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Є.С. Опір матеріалів. – к.:вища школа, 2004. – 655 с.

12. Цихановський В.К., Белятинський А.О., Талах С.М. Будівельна механіка (спецкурс). Київ: НАУ, 2014.

13. Яблонський А.А. Курс теоретичної механіки. Частина II. Динаміка (1977). – 430с.