

МОДЕЛЮВАННЯ ДІАГРАМИ НАПРУЖЕННЯ-ДЕФОРМАЦІЇ СТИСНУТОГО БЕТОНУ ЗА ДІЇ ДОВГОТРИВАЛИХ НАВАНТАЖЕНЬ

SIMULATION OF STRESS-STRAIN DIAGRAM OF COMPRESSED CONCRETE UNDER LONG-TERM LOADS

Ромашко-Майструк О.В., к.т.н., ORCID: 0000-0003-3353-2268, Ромашко В.М., д.т.н., доц., ORCID: 0000-0003-3448-7489 (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

Romashko-Maistruk O.V., PhD (Tech.), Romashko V.M., D. Sc. (Tech.), Associate Professor (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

Виконано моделювання діаграми деформування стиснутого бетону за дії довготривалих навантажень. Вплив останніх на визначальні параметри цієї діаграми відображено за допомогою відповідного зменшення швидкості деформування бетону. Показано, що довготривала міцність стиснутого бетону та його деформативність є залежними не тільки від швидкості деформування самого бетону, але й від рівня його пружно-пластичності (класу).

This article is devoted to the modeling of the deformation diagram of compressed concrete under the action of a long-term load. The specified modeling is carried out by transforming the standard deformation diagram of compressed concrete obtained under the action of a static load. The main attention is paid to the effect of low loading rate on the determining parameters (strength and "critical" deformations) of the concrete deformation diagram. A critical analysis of currently known studies of the levels of long-term strength and "limit" deformability of compressed concrete is given. It is shown that the long-term strength of compressed concrete and its deformability are dependent not only on the strain rate of the concrete itself, but also on the level of its elastic-plasticity (class).

The functional relationship between the above-mentioned characteristics of compressed concrete under the action of static and long-term loads is established using the law of conservation of the specific potential energy of deformation of the material. It is demonstrated how it can be used to relate the strength of compressed concrete under three different loading modes. An analytical dependence was also obtained, which connects the elastic-plasticity coefficients of compressed concrete under the action of static and long-term loads. It is also shown that the coefficients of elastic-plastic properties of

concrete under long-term and static loads are also related to each other with the help of the initial modulus of elasticity. The expediency of using in practical methods of calculating concrete and reinforced concrete elements and structures, not the normative, but the initial modulus of elasticity (deformations) of concrete is substantiated

Ключові слова:

бетон, швидкість деформування, діаграма, довготривала міцність, критична деформативність

concrete, strain rate, diagram, long-term strength, critical deformability

Вступ. Загалом дослідженням довготривалої міцності стиснутого бетону присвячено доволі багато робіт. Однак рекомендації щодо врахування впливу тривалих навантажень в сучасних нормах проектування залізобетонних елементів за граничними станами залишаються недостатньо обґрунтованими. Результати експериментальних досліджень показують, що безпечний рівень довготривалого навантаження для різних класів бетону не залишається сталим. Крім того, він залежить ще й від режиму (швидкості) прикладання цих навантажень. Зміна ж останнього супроводжується зміною граничної деформативності стиснутого бетону (рис. 1). Тому отримання аналітичних залежностей основних характеристик стиснутого бетону від вказаних параметрів може відіграти важливу роль в розбудові універсальної моделі деформування бетонних та залізобетонних елементів і конструкцій.

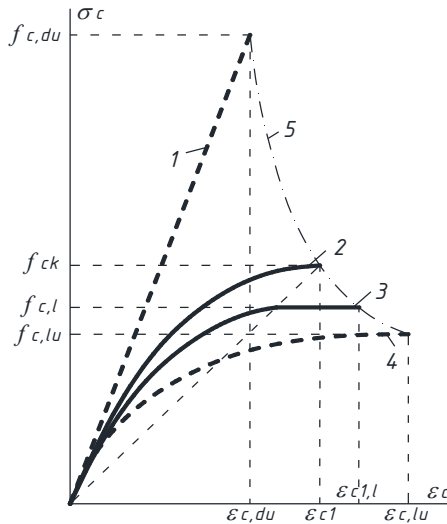


Рис. 1. Діаграми деформування стиснутого бетону $\sigma_c - \epsilon_c$ за різних видів та режимів навантаження: 1 – миттєвого; 2 - короточасного; 3 - тривалого; 4 – довготривалого; 5 - крива граничних деформацій

Аналіз останніх досліджень. Аналіз літературних джерел показує, що початком активізації досліджень довготривалої міцності стиснутого бетону слід вважати 30-60-ті роки минулого століття [1-4]. Вишукування Рюша Н. [4, 5], що стосувалися бетонів низьких та середніх класів міцності, стали найбільш ґрунтовними з поміж інших. Вони, як і переважна більшість інших, показали, що рівень тривалої міцності бетонів низьких класів не перевищував 0,75, а бетонів середніх класів - був нижчим 0,8. Встановлено також, що за відносних рівнів стискаючих напружень $\sigma / f_c = 0,4 \dots 0,6$ спостерігався незначний позитивний вплив довготривалого навантаження на міцність бетону. Однак Рюш Н. так і не запропонував певної аналітичної залежності з визначення довготривалої міцності стиснутого бетону.

Пізніше таку задачу спробували вирішити Прокопович І.Є. [6] та інші дослідники [7, 8] за допомогою примітивних логарифмічних залежностей. Нажаль, ці залежності не враховували впливу цілої низки важливих факторів на довготривалу міцність бетону. Використання дробово-степеневі функції Баркадзе Д.Д. [9] та її модифікацій [10-12] згладило цей недолік, але виявилось надто складним для практичних розрахунків.

Подальші дослідження довготривалої міцності стиснутого бетону [13-18] вже стосувалися бетонів всіх класів - від низьких до високих. Їх результати відображені доволі складною логарифмічно-експоненційною залежністю як в попередніх [19], так і в нині чинних нормах [20]. Практичне застосування цієї залежності у розрахунках реальних конструкцій залишається доволі обмеженим [21, 22].

Зі сказаного випливає, що в загальній теорії залізобетону питання опору стиснутого бетону дії довготривалих навантажень залишатимуться й надалі одними з найбільш актуальних.

Постановка мети і задач досліджень. Дані вишукування спрямовані на формування основних положень загальної моделі деформування стиснутого бетону в умовах довготривалого завантаження та отримання аналітичної залежності безпечного рівня довготривалої міцності стиснутого бетону. Універсальність такої залежності могла б бути забезпечена основними положеннями енергетичної моделі деформування бетону, запропонованими в роботах [23, 24]. Базовими для цієї моделі є загальні закономірності збереження питомої потенціальної енергії деформування матеріалів незалежно від режиму їх завантаження.

Методика досліджень. Дані дослідження ґрунтуються на найважливіших закономірностях фізико-математичного моделювання процесів деформування бетону та залізобетону [25-27] та на використанні загальновідомого закону збереження питомої потенціальної енергії деформування матеріалу незалежно від тривалості його завантаження.

Результати досліджень. Загальновідомо, що чим меншою буде швидкість деформування (завантаження) бетону, тим нижчою буде його міцність на стиск f_c та тим більшими будуть граничні (критичні) деформації бетону в

момент його руйнування ε_{c1} (рис. 1). Водночас, інтегральний добуток цих двох величин характеризує питому потенціальну енергію деформування бетону, яка, згідно закону її збереження, має залишатися незалежною (незмінною) від режиму завантаження самого матеріалу. Зі сказаного випливає, що площа діаграми деформування стиснутого бетону має залишатися сталою за будь-якого типу навантаження: миттєвого, короткочасного чи довготривалого.

За миттєвого завантаження пластичні деформації (деформації повзучості) проявитися не встигають, тому бетон буде деформуватися пружно. Тоді питому потенціальну енергію деформування стиснутого бетону на момент його руйнування можна обчислити за виразом [26, 27]

$$u_d = f_{c,du}^2 / (2 \cdot E_{co}), \quad (1)$$

де E_{co} - початковий модуль пружності бетону за напружень $\sigma_c = 0$; $f_{c,du}$ та $\varepsilon_{c,du}$ - міцність стиснутого бетону та відповідні їй критичні (граничні) деформації бетону за дії миттєвого динамічного завантаження.

Режим короткочасного деформування стиснутого бетону за неправильною дробово-раціональною функцією $\sigma_c - \varepsilon_c$ [24, 25] дозволяє обчислювати зазначену енергію за виразом

$$u_k = \frac{dU}{dV} = \int_0^{\varepsilon_{c1}} \sigma_c d\varepsilon_c = \frac{f_{ck} \cdot \varepsilon_{c1}}{(k-2)} \left[-\frac{1}{2} + \frac{(k-1)^2}{(k-2)} - \left(\frac{k-1}{k-2} \right)^2 \cdot \ln(k-1) \right], \quad (2)$$

де ε_c - поточні деформації стиснутого бетону; f_{ck} та ε_{c1} - міцність та відповідні їй критичні деформації стиснутого бетону за дії стандартизованого статичного навантаження; $k = E_{co} \cdot \varepsilon_{c1} / f_{ck}$ - коефіцієнт пружно-пластичності (деформативності) стиснутого бетону.

За дії довготривалого навантаження питому потенціальну енергію руйнування стиснутого бетону можна розрахувати за аналогічним виразом

$$u_l = \int_0^{\varepsilon_{c,lu}} \sigma_c d\varepsilon_c = \frac{f_{c,lu} \cdot \varepsilon_{c,lu}}{(k_l-2)} \left[-\frac{1}{2} + \frac{(k_l-1)^2}{(k_l-2)} - \left(\frac{k_l-1}{k_l-2} \right)^2 \cdot \ln(k_l-1) \right], \quad (3)$$

де $f_{c,lu}$ та $\varepsilon_{c,lu}$ - довготривала міцність та відповідні їй критичні деформації стиснутого бетону; $k_l = E_{co} \cdot \varepsilon_{c,lu} / f_{c,lu}$ - коефіцієнт пружно-пластичності (деформативності) стиснутого бетону за дії довготривалих навантажень.

Нажаль основні параметри цієї залежності $f_{c,lu}$, $\varepsilon_{c,lu}$ і k_l є невідомими, а тому визначити рівень довготривалої міцності бетону зі спільного розв'язку рівнянь (2) та (3) практично неможливо. Зате, дотримуючись закону збереження питомої потенціальної енергії деформування матеріалу, за допомогою методів числового аналізу вдалося пов'язати міцність стиснутого бетону за трьох різних режимів завантаження наступною залежністю [28]

$$\eta_l = DIF_u^{((\log(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_s)+1)/9)} \quad \text{для } \dot{\varepsilon} \leq 10^{-6} c^{-1}, \quad (4)$$

де $\dot{\varepsilon}$ - швидкість деформування стиснутого бетону; $\dot{\varepsilon}_s$ - максимальна швидкість деформування стиснутого бетону за дії квазістатичних навантажень, $\dot{\varepsilon}_s = 10^{-5} c^{-1}$; DIF_u - граничне значення коефіцієнта динамічного зміцнення стиснутого бетону за миттєвого завантаження [26, 27]

$$DIF_u = \frac{f_{c,du}}{f_{ck}} = \sqrt{\frac{2 \cdot k}{(k-2)} \left[-\frac{1}{2} + \frac{(k-1)^2}{(k-2)} - \left(\frac{k-1}{k-2} \right)^2 \ln(k-1) \right]}. \quad (5)$$

Якщо ж швидкість деформування стиснутого бетону знизити до $\dot{\varepsilon} = 10^{-10} c^{-1}$, то безпечний рівень його довготривалої міцності можна обчислювати за виразом [28]

$$\eta_{lu} = DIF_u^{-4/9}. \quad (6)$$

Формула (4) наглядно демонструє, що рівень довготривалої міцності стиснутого бетону залежить як від швидкості його деформування $\dot{\varepsilon}$, так і від основних фізико-механічних характеристик бетону, відображених в DIF_u загальновідомим коефіцієнтом його пружно-пластичності $k = E_{co} \cdot \varepsilon_{c1} / f_{ck}$. Значення рівнів довготривалої міцності стиснутого бетону, обчислені за виразом (4) для різних його класів за різних швидкостей деформування, наведені в табл. 1.

Прийнятність запропонованої методики з визначення рівня довготривалої міцності стиснутого бетону засвідчена порівнянням результатів теоретичних розрахунків за виразом (4) з експериментальними даними окремих дослідників [1-8, 10, 12, 17]. Графічне відображення цього порівняння (рис. 2) підтверджує, що нижню межу довготривалої міцності стиснутого бетону доцільно прогнозувати за виразом (6).

Таблиця 1

Рівні довготривалої міцності стиснутого бетону за різної швидкості його деформування ($\dot{\varepsilon}$)

Клас бетону	C8/10	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/35	C32/40	C35/45
$\eta_l (\varepsilon=10^{-8} c^{-1})$	0,794	0,808	0,823	0,835	0,845	0,854	0,863	0,869
$\eta_{lu} (\varepsilon=10^{-10} c^{-1})$	0,63	0,654	0,678	0,697	0,714	0,73	0,744	0,756
Клас бетону	C40/50	C45/55	C50/60	C53/65	C56/70	C60/75	C65/80	C70/85
$\eta_l (\varepsilon=10^{-8} c^{-1})$	0,878	0,884	0,89	0,896	0,901	0,907	0,912	0,916
$\eta_{lu} (\varepsilon=10^{-10} c^{-1})$	0,77	0,782	0,793	0,803	0,813	0,823	0,831	0,839
Клас бетону	C75/90	C80/95	C85/100	C90/105	C95/110	C100/115	C105/120	
$\eta_l (\varepsilon=10^{-8} c^{-1})$	0,921	0,924	0,928	0,932	0,935	0,939	0,941	
$\eta_{lu} (\varepsilon=10^{-10} c^{-1})$	0,848	0,854	0,862	0,868	0,874	0,881	0,886	

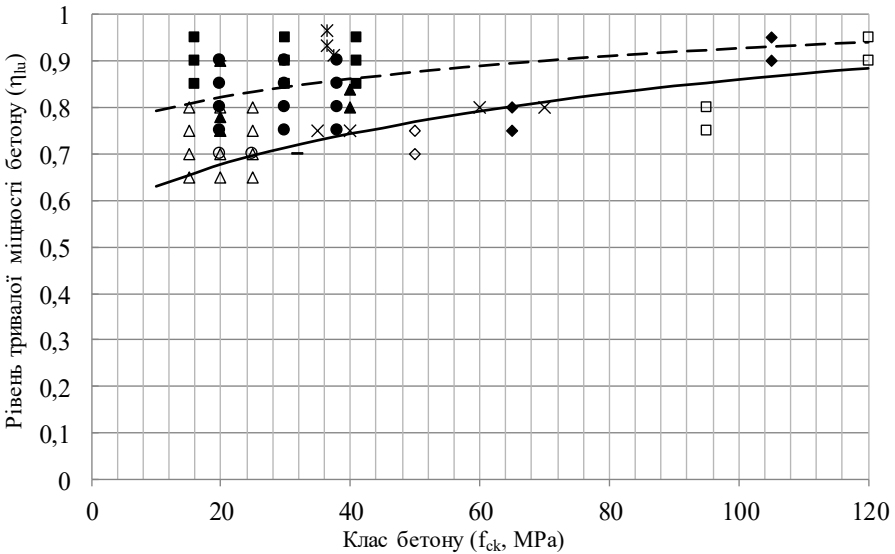


Рис. 2. Довготривала міцність стиснутого бетону за результатами: експериментів зі зруйнованими зразками (\blacktriangle - [1]; \blackplus - [2]; \bullet - [4, 5]; \blacksquare - [13]; \times - [16]; \blacklozenge - [18]; \times - [21]) та з незруйнованими зразками (--- - [3]; \triangle - [6]; \diamond - [14]; \circ - [16]; \square - [18]); розрахунків за формулою (4) при швидкостях деформування — - $\dot{\epsilon} = 10^{-10} \text{ c}^{-1}$ та --- - $\dot{\epsilon} = 10^{-8} \text{ c}^{-1}$

Також за допомогою методів числового аналізу було встановлено, що взаємозв'язок між коефіцієнтами пружно-пластичності стиснутого бетону за дії статичних та довготривалих навантажень є залежним від швидкості деформування бетону

$$k_l = k^{\log(\dot{\epsilon}_u / \dot{\epsilon}) / 8,5}, \quad (7)$$

де $\dot{\epsilon}_u$ - максимальна швидкість деформування стиснутого бетону за дії миттєвого динамічного навантаження, обмежена величиною $\dot{\epsilon}_u = 10^3 \text{ c}^{-1}$.

Водночас коефіцієнти пружно-пластичності стиснутого бетону за дії довготривалих та статичних навантажень взаємопов'язані між собою за допомогою початкового модуля пружності наступною залежністю

$$k_l = E_{co} \cdot \varepsilon_{c1,l} / f_{ck,l} = k \cdot f_{ck} / \varepsilon_{c1} \cdot \varepsilon_{c1,l} / f_{ck,l}. \quad (8)$$

Тоді з (8) випливає, що рівень деформативності стиснутого бетону за дії довготривалого навантаження є залежним ще й від його класу

$$\varepsilon_{c1,l} = k_l \times \eta_l \times f_{ck} / E_{co} = \varepsilon_{c1} \times \eta_l \times k_l / k. \quad (9)$$

Говорити про рівень падіння модуля пружності стиснутого бетону за дії довготривалих навантажень $E_{c,l}/E_c$ взагалі немає потреби, оскільки в запропонованій методиці розрахунку модуль деформацій бетону пов'язується безпосередньо з початковим модулем пружності бетону E_{co} .

Висновки. Завдяки проведеним дослідженням продовжено формування основ загальної моделі деформування стиснутого бетону за дії довготривалих навантажень. Вперше отримано аналітичні залежності, що зв'язують рівень довготривалої міцності стиснутого бетону та рівень його деформативності не тільки з стандартизованими пружно-пластичними характеристиками бетону за дії короточасних навантажень ($k = E_{co} \cdot \varepsilon_{c1}/f_{ck}$), але й зі швидкістю його деформування $\dot{\varepsilon}$. Запропоновані залежності дозволяють контролювати весь процес деформування стиснутого бетону в бетонних та залізобетонних елементах і конструкціях за дії довготривалих навантажень та прогнозувати рівень його довготривалої міцності та деформативності.

Результати вищенаведених вишукувань рекомендуються до використання при розробці узагальненої (універсальної) методики розрахунку бетонних та залізобетонних елементів і конструкцій [29] за дії на них навантажень будь-якої тривалості.

1. Graf O. und Brenner E. Versuche mit Betonkörpern, die einer dauernd wirkenden Druckbelastung ausgesetzt waren. BAUINGENIEUR. 1937. Heft 19/20. S. 237-270.

2. Shank J. R. Plastic Flow of Concrete at High Overload. ACI Journal. 1949. Vol. 20, No. 6. P. 493-498.

3. Sell R. Investigation into the Strength of Concrete Under Sustained Load. RILEM Bulletin. 1959. No. 5. P. 1-13.

4. Rüsч H. Versuche zur Bestimmung des Einflusses der Zeit auf Festigkeit und Verformung. IABSE Kongressbericht. 1956. No. 5. P. 237-244.

5. Rüsч H. Researches Toward a General Flexural Theory for Structural Concrete. ACI Journal. 1960. Vol. 57, No. 1. P. 1-28.

6. Прокопович И.Е. Основы прикладной линейной теории ползучести. Київ: Вища школа, 1978. 144 с.

Prokopovich I. E. Osnovi prikladnoi lineinoi teorii polzuchesti. Kyiv: Vyshcha shkola, 1978. 144 s.

7. Holovata Z., Neutov S., Surianinov M. Modeling of the stress-strain state of reinforced concrete beams under prolonged load action. IOP Conf. Ser.: Materials Science and Engineering. 2021. Vol. 1162. 012004.

8. Raupov C., Malikov G. Creep in expanded clay concrete at different levels of stress under compression and tension. E3S Web of Conferences. 2023. Vol. 365. 02008.

9. Bakradze D. D. The Study of long-term strength of lightweight concrete: PhD Thesis. Tbilisi, 1980. 114 p.

10. Ashrabov A. A., Zaytsev Y. V. Elements of fracture mechanics of concrete. Tashkent: Ukituvchi, 1982. 238 p.

11. Krishan A., Rimshin V., Erofeev V., Kurbatov V., Markov S. The Energy Integrity Resistance to the Destruction of the Long-Term Strength Concrete. Procedia Engineering. 2015. Vol. 117. P. 211-217.

12. Raupov C., Karimova A., Zokirov F., Khakimova Y. Experimental and theoretical assessment of the long-term strength of lightweight concrete and its components under compression and tension, taking into account the macrostructure of the material. E3S Web of Conferences. 2021. Vol. 264. 02024.
13. Awad M. E. and Hilsdorf H. K. Strength and Deformation Characteristics of Plain Concrete Subjected to High Repeated and Sustained Loads. Structural Research Series. 1971. No. 372. 266 p.
14. Stöckl S. Strength of Concrete under Uniaxial Sustained Loading. SP-34 Concrete for Nuclear Reactors. 1972. Vol. 1. P. 313-326.
15. Ngab, A. S., Slate, F. O., Nilson, A. H. Microcracking and Time-Dependent Strains in High Strength Concrete. ACI Journal. 1981. Vol. 78. P. 262-268.
16. Smadi M. M., Slate F. O. and Nilson A. H. High-, Medium-, and Low-Strength Concretes Subject to Sustained Overloads - Strains, Strengths, and Failure Mechanisms. ACI Materials Journal. 1985. Vol. 82, No. 5. P. 657-664.
17. Han N. Time Dependent Behaviour of High Strength Concrete: PhD Dissertation. Delft University of Technology, 1996. 317 p.
18. Iravani S., MacGregor J. G. Sustained load strength and short-term strain behavior of high-strength concrete. ACI Materials Journal. 1998. Vol. 95, No. 5. P. 636-647.
19. CEB-FIP Model Code 1990: Design Code. Lausanne: Comité Euro-International du Béton, 1991. 437 p.
20. Fib Model Code 2010. Final draft. Fib Bulletin 66. 2012. Vol. 2. 377 p.
21. Tasevski D., Fernández Ruiz M. and Muttoni A. Compressive Strength and Deformation Capacity of Concrete under Sustained Loading and Low Stress Rates. Journal of Advanced Concrete Technology. 2018. Vol. 16. P. 396-415.
22. Empelmann M., Javidmehr S. Evaluation of concrete compression failure under high sustained loads. Proceedings of the fib Symposium (22.-24.11.2020 in Shanghai, China). 2020. P. 827-834.
23. Romashko V. M. and Romashko O. V. Energy resource of reinforced concrete elements and structures for the deformation-force model of their deformation. IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 2019. Vol. 708. 012068.
24. Romashko V., Romashko-Maistruk O. Strength resource calculation of the reinforced concrete elements according to the energy criterion. Procedia Structural Integrity. 2022. Vol. 36. P. 269-276.
25. Romashko O. V., Romashko V. M. Model of multilevel formation of normal cracks in reinforced concrete elements and structures. IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 2019. Vol. 708. 012069.
26. Ромашко-Майструк О. В., Ромашко В. М. Основні особливості деформування бетону за дії динамічних навантажень. *Зб. наук. праць УкрДУЗТ*. 2023. Вип. 205. С. 60-70.
Romashko-Maistruk O. V., Romashko V. M. Osnovni osoblyvosti deformuvannya betonu za dii dynamichnykh navantazhen. *Zb. nauk. prats UkrDUZT*. 2023. Vyp. 205. S. 60-70.
27. Romashko-Maistruk O., Romashko V. Model of concrete deformation under the action of dynamic loads. *Procedia Structural Integrity*. 2024. Vol. 59. P. 352-359.
28. Ромашко-Майструк О. В., Ромашко В. М. Опір стиснутого бетону дії тривалих навантажень. *Зб. наук. праць УкрДУЗТ*. 2023. Вип. 206. С. 112-120.
Romashko-Maistruk O. V., Romashko V. M. Opir stysnutoho betonu dii tryvalykh navantazhen. *Zb. nauk. prats UkrDUZT*. 2023. Vyp. 206. S. 112-120.
29. Sanjarovskiy R. et al. General theory and foundations for calculating reinforced concrete structures of buildings and structures in modern construction 2021. Vol. 281. 01041